

1

() にあてはまる言葉・数を答えなさい。

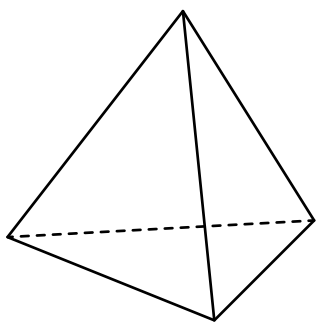


図 1

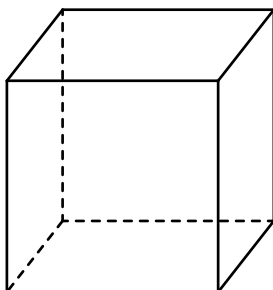


図 2

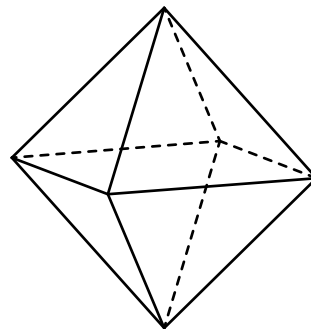
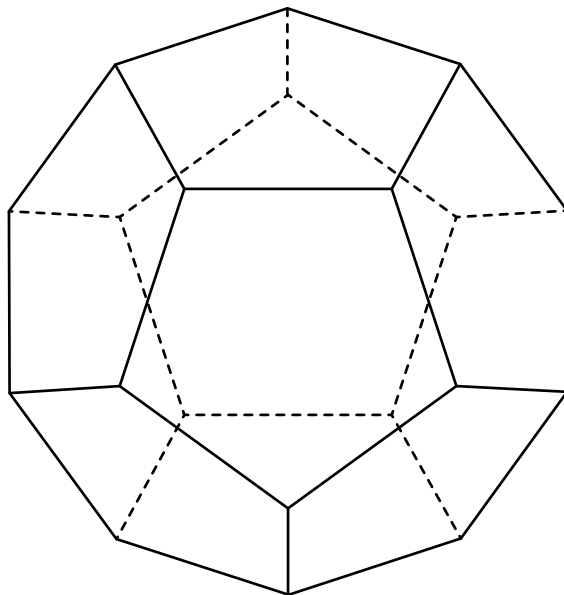


図 3

- (1) 図 1 のように () つの正三角形でできた立体を、
 () といいます。この立体には、頂点は ()
 個、辺は () 本、面は () 面あります。
- (2) 図 2 のように () つの正方形でできた立体を、
 () または () といいます。この立体
 には、頂点は () 個、辺は () 本、面は ()
 面あります。
- (3) 図 3 のように () つの正三角形でできた立体を、
 () といいます。この立体には、頂点は ()
 個、辺は () 本、面は () 面あります。

2

() にあてはまる言葉・数を答えなさい。



(1) 上の図のように12個の正五角形でできた立体を、
() といいます。

(2) この立体の辺の数は () 本です。

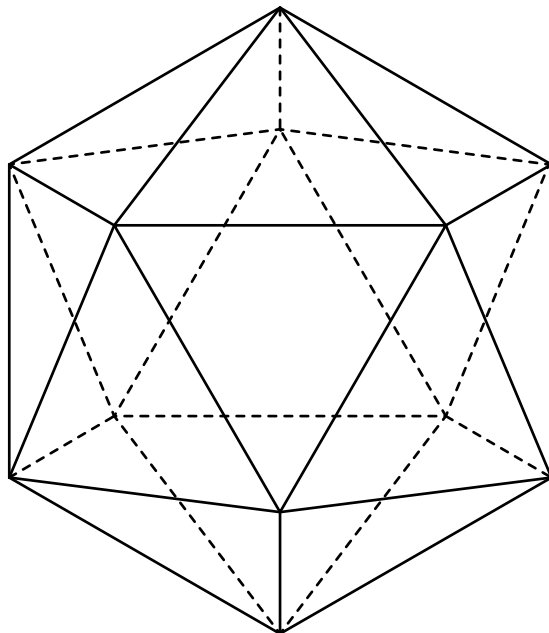
正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

(3) この立体の頂点の数は () 個です。

正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

3

() にあてはまる言葉・数を答えなさい。



(1) 上の図のように20個の正三角形でできた立体を、
() といいます。

(2) この立体の辺の数は () 本です。

(3) この立体の頂点の数は () 個です。

4

図1のような正4面体の4つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正三角形の中心は図2のように作図することを参考にしなさい。

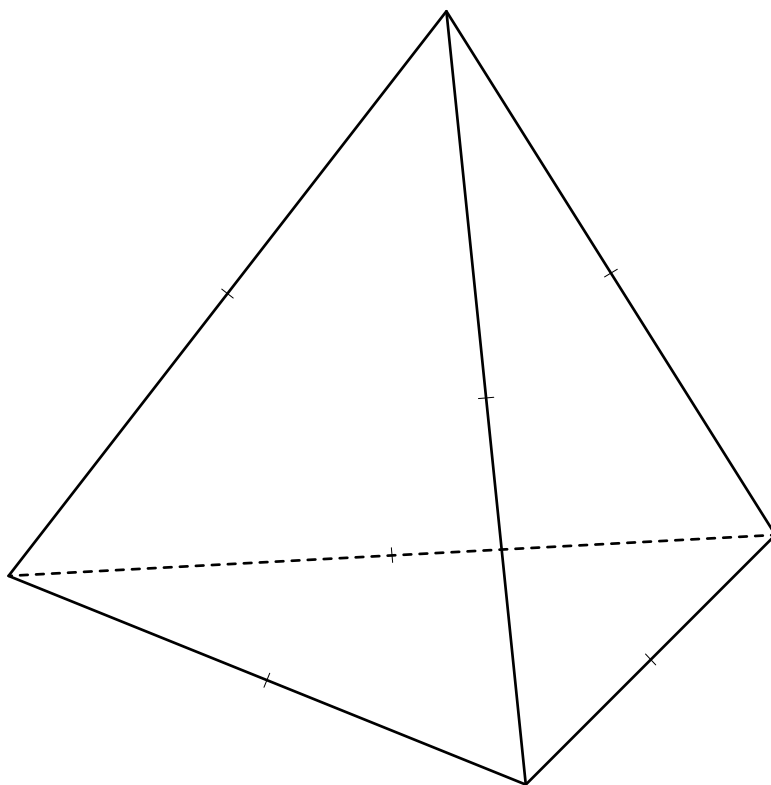


図 1

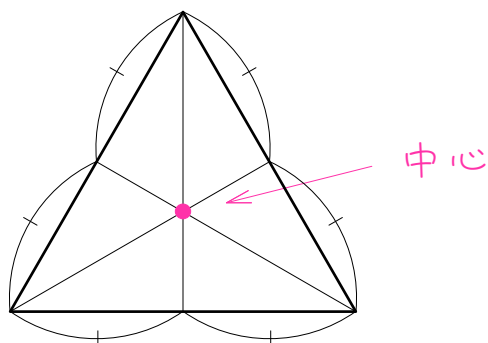


図 2

5

図1のような正6面体（立方体）の6つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正方形の中心は図2のように作図することを参考にしなさい。また、その立体の体積は、もとの立方体の体積の何倍ですか。

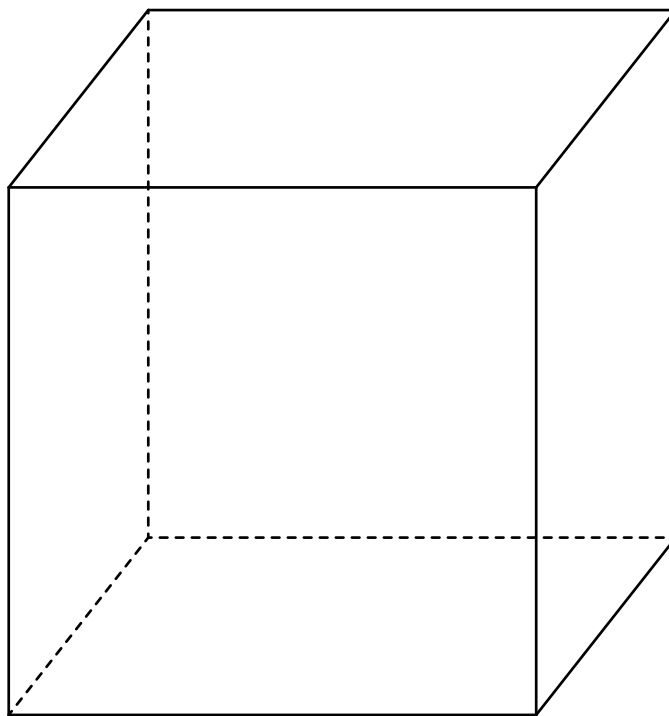


図 1

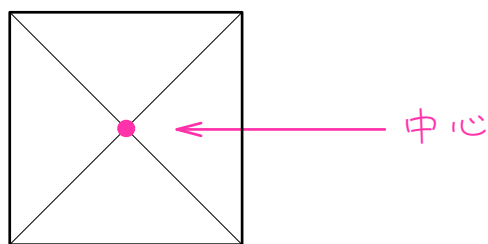
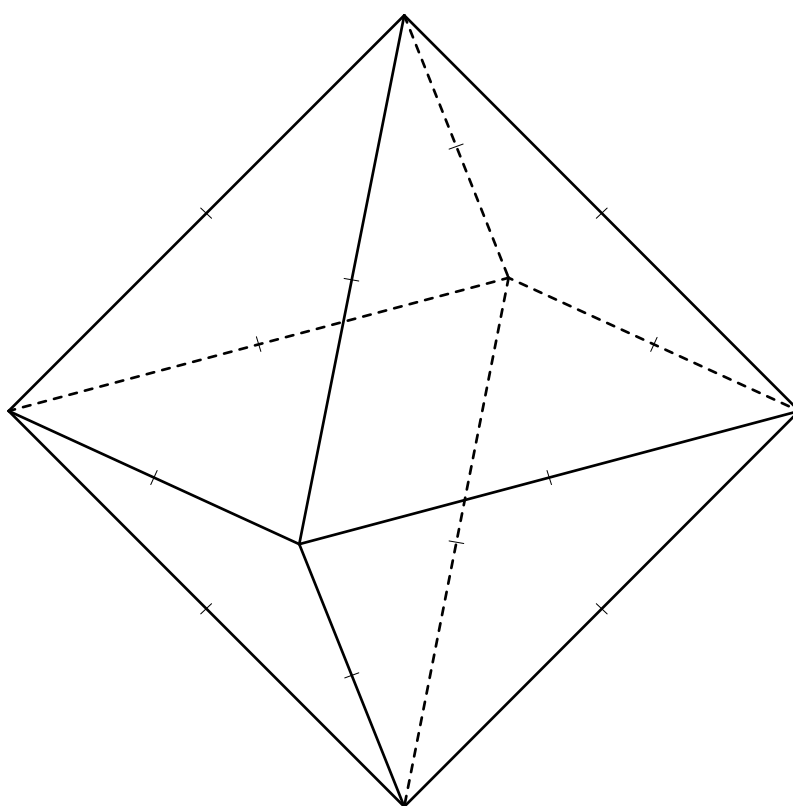
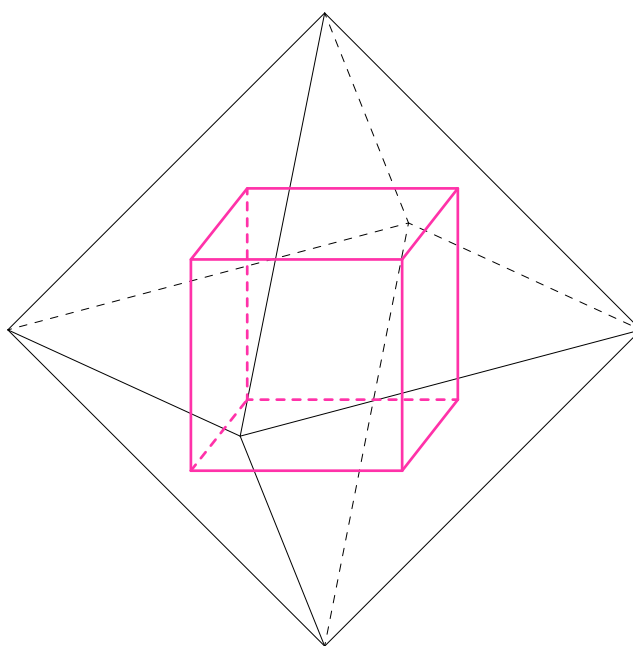
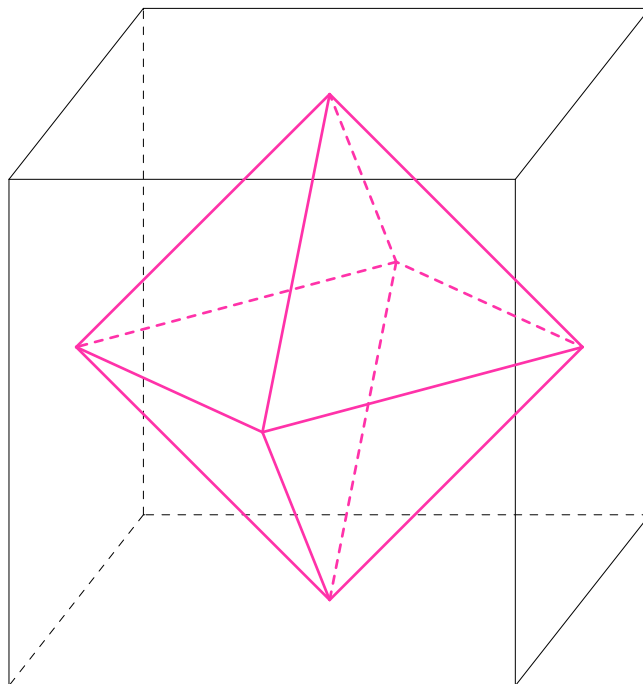


図 2

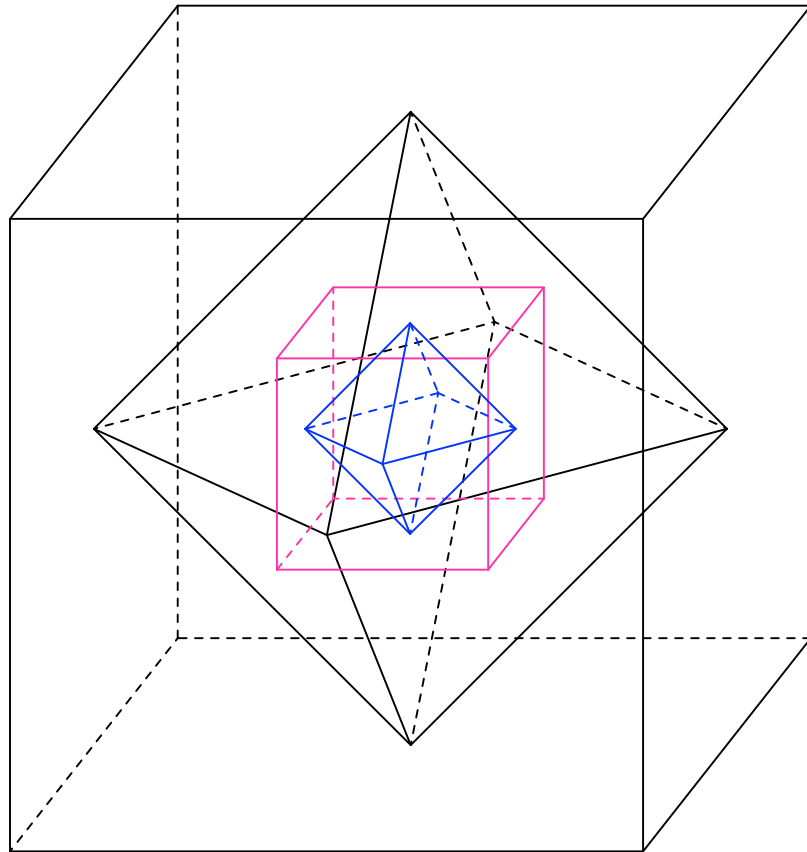
6

図のような正8面体の8つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。

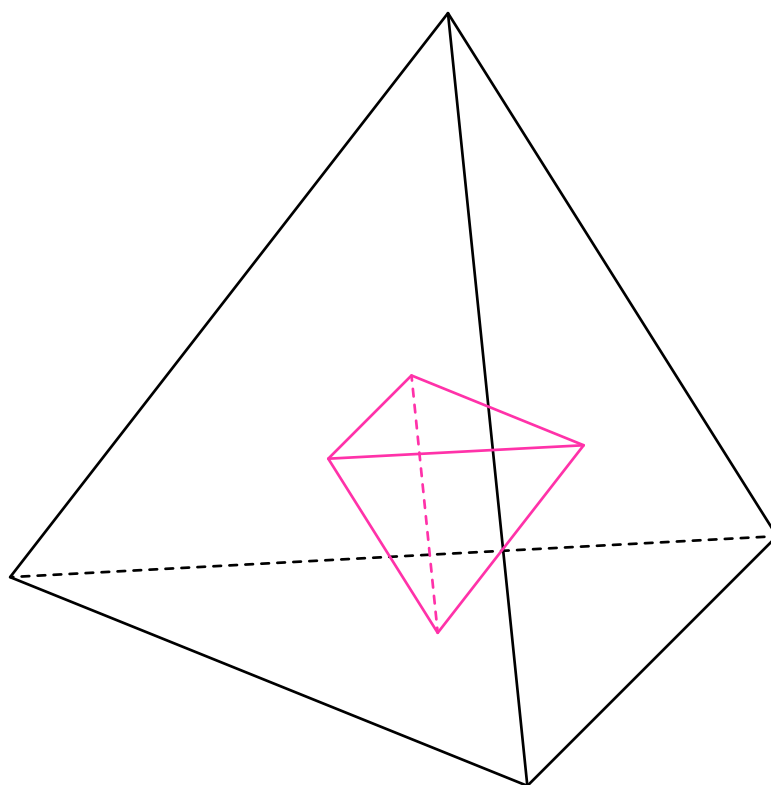




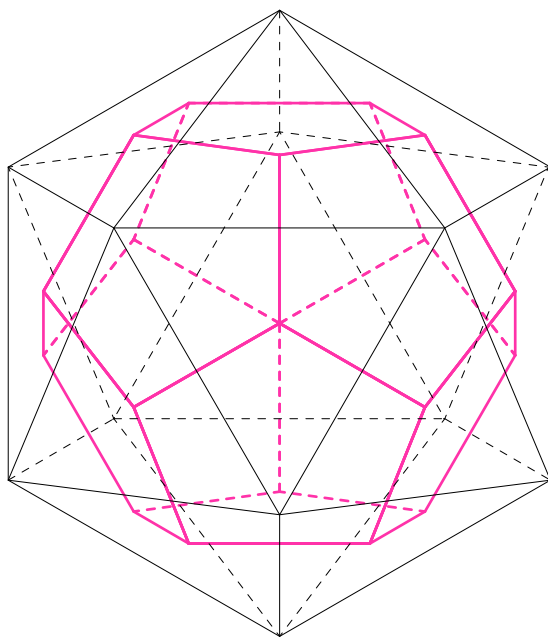
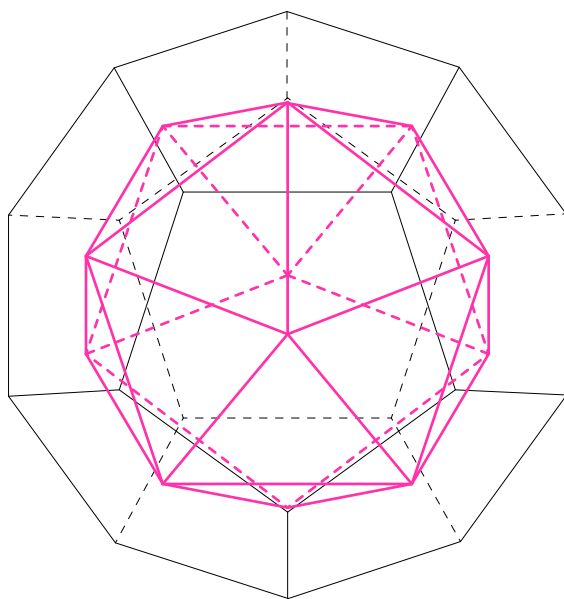
正6面体の各面の中心を結ぶと正8面体ができ、正8面体の各面の中心を結ぶと正6面体ができます。このような関係を、「そうつい双対」といいます。



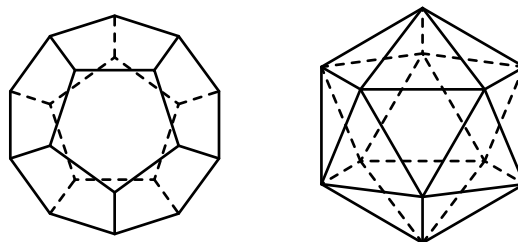
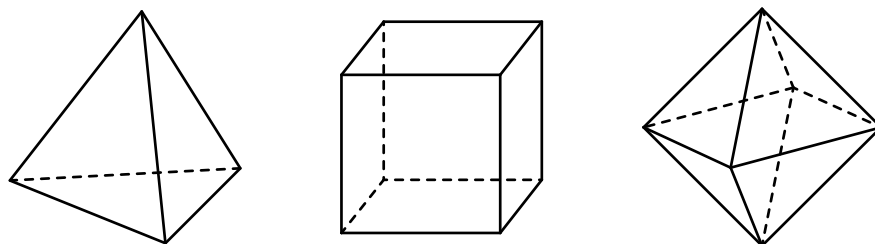
正六面体の中に正八面体、そのなかに正六面体、その中に正八面体、…と続くわけです。



正4面体の各面の中心を結ぶと、また正4面体ができます。正4面体は自分自身と「^{そうつい}双対」です。



正12面体の各面の中心を結ぶと正20面体、正20面体の各面の中心を結ぶと正12面体ができます。正12面体と正20面体は「双対」です。



正4面体 正6面体 正8面体 正12面体 正20面体

頂点	4	8	6	20	12
辺	6	12	12	30	30
面	4	6	8	12	20

正多面体は上の5種類しかありません。これらを「プラトンの正多面体」と言います。「双対」の関係にある正多面体はどうしは、頂点の数と面の数が入れかわっています。

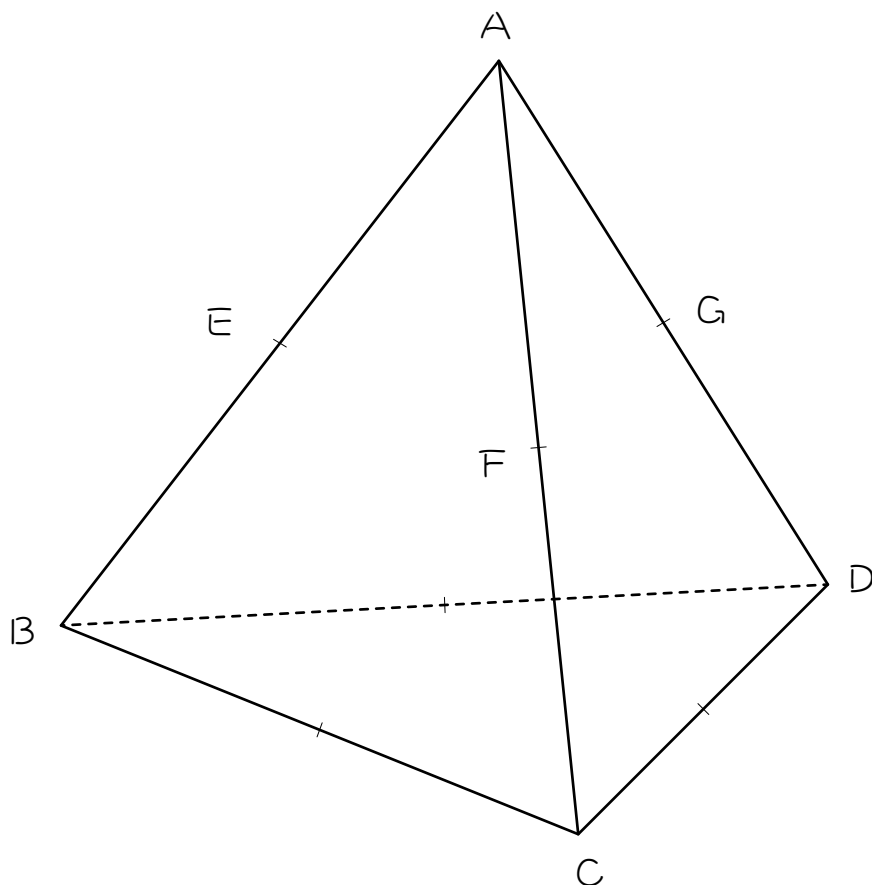
また、穴のあいていない多面体については、

$$\text{頂点の数} - \text{辺の数} + \text{面の数} = 2$$

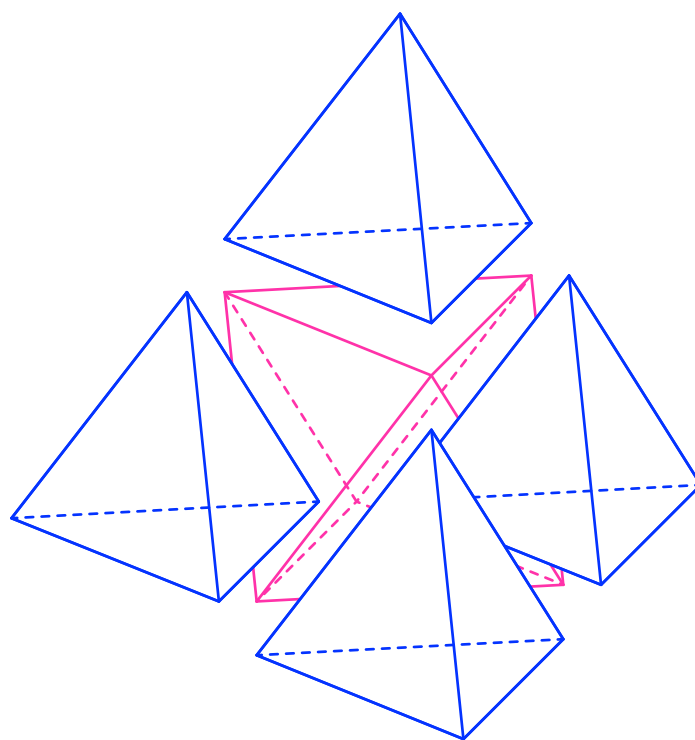
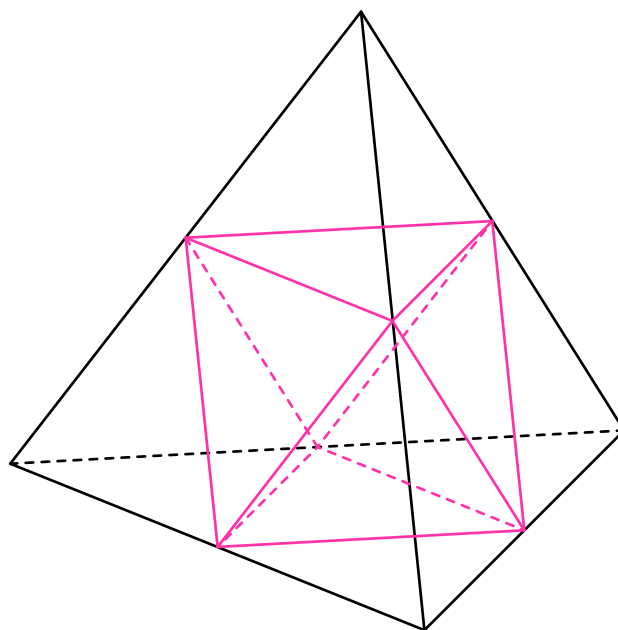
が成り立ちます。これを「オイラーの定理」と言います。

7

図のような4つの面が正三角形でできた正4面体 $ABCD$ があります。点 E 、 F 、 G は辺のまん中の点です。いま、1つの頂点に集まる3本の辺のまん中の点を通る平面で、正4面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点 A については、点 E 、 F 、 G を通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とします。



- (1) 最後に残った立体は何という立体ですか。
- (2) (1)の立体の体積は、正4面体 $ABCD$ の体積の何倍ですか。
- (3) (1)の立体の表面積は、正4面体 $ABCD$ の表面積の何倍ですか。

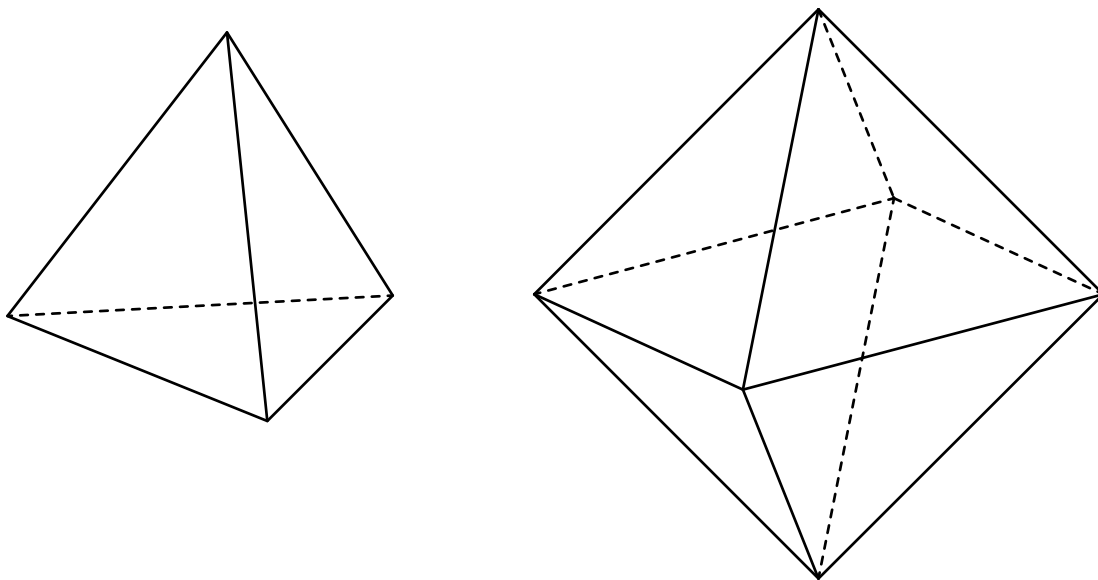


正4面体の中に正8面体をつくることができます。
正4面体だけでは空間をしきつめることはできません。
間に正8面体が必要になります。

☆

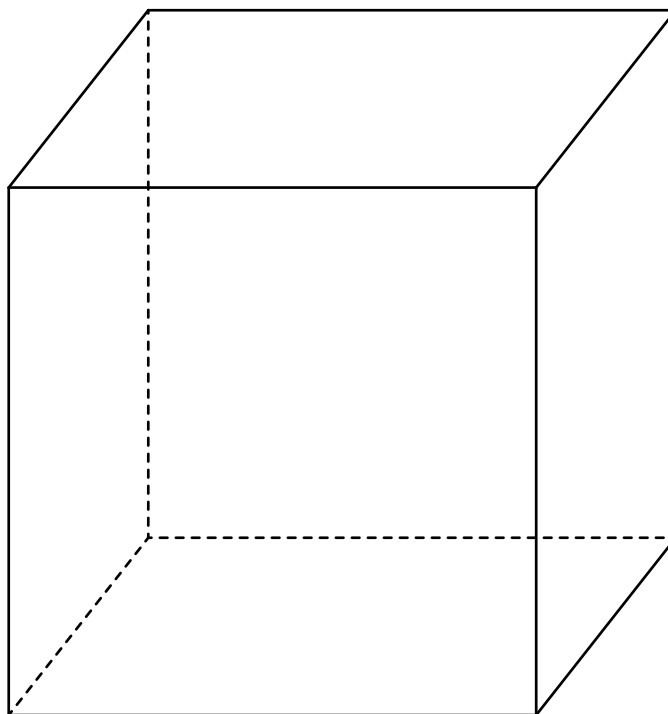
8

図のような4つの面が正三角形でできた正4面体と、8つの面が正三角形でできた正8面体があります。正4面体の1辺の長さと正8面体の1辺の長さが等しいとき、正4面体の体積と正8面体の体積の比を求めなさい。

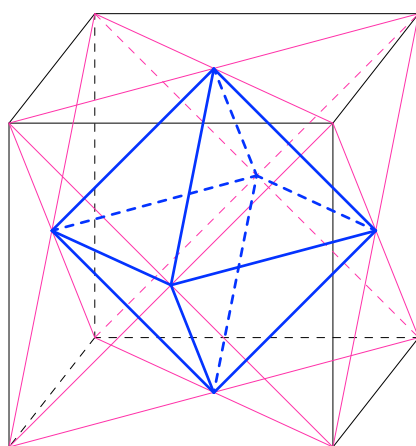
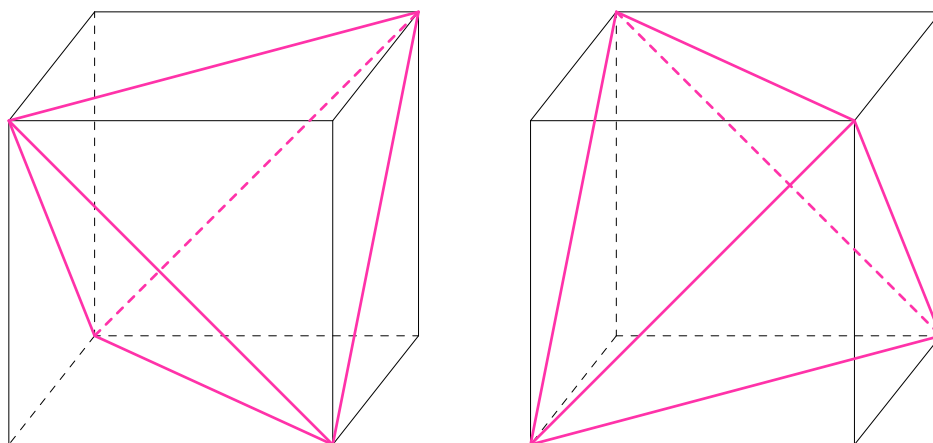


9

図のような立方体について次の問いに答えなさい。



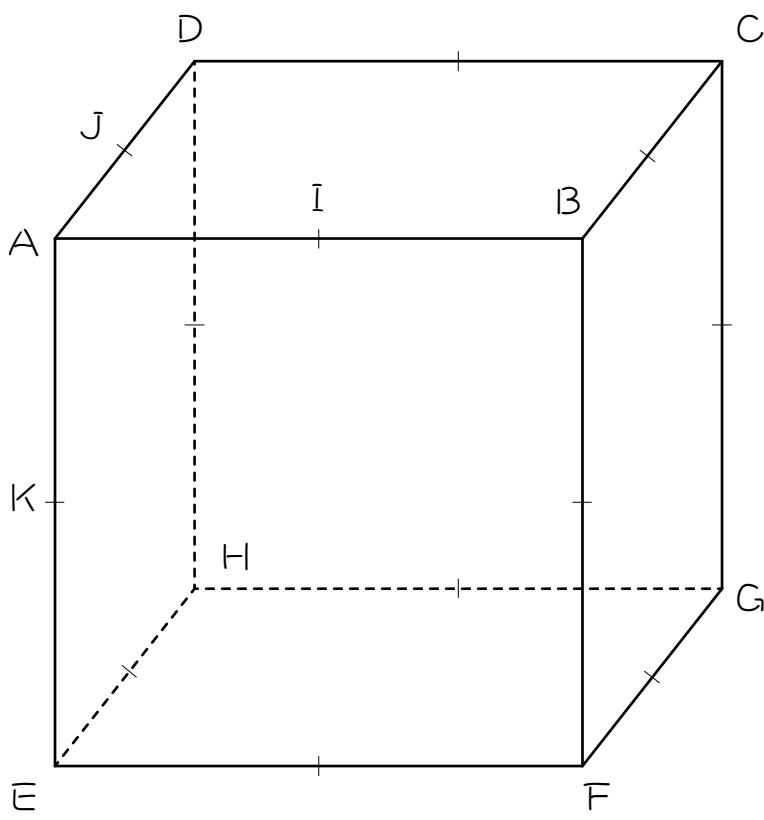
- (1) 立方体の頂点を1つおきに結んで新しい立体Pをつくります。何という立体ができますか。
- (2) 立体Pの体積は、立方体の体積の何倍ですか。
- (3) さらに、(1)で残った頂点を結んでもう1つの立体Qをつくり、立体Pと立体Qの共通部分を立体Rとします。立体Rは何という立体ですか。
- (4) 立方体と立体Pと立体Rの体積比を求めなさい。



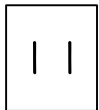
正6面体の中に正4面体をつくることができます。
正6面体の中につくった2つの正4面体の重なった
部分は、正8面体になります。

10

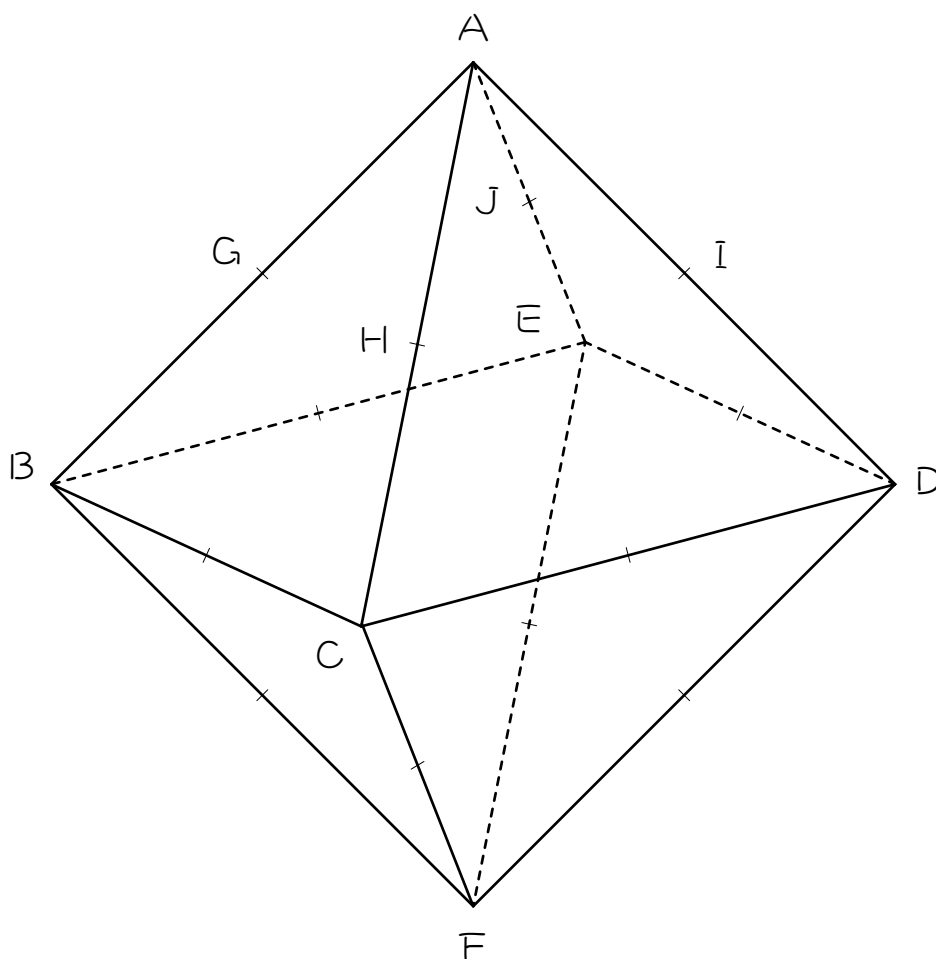
図の立方体において、点 I、J、K は辺のまん中の点です。いま、1つの頂点に集まる3本の辺のまん中の点を通る平面で、立方体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点 A については、点 I、J、K を通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体を P とします。



- (1) 立体 P の頂点の数は () 個、辺の数は () 本、面の数は () 面です。
- (2) 立体 P の体積は、もとの立方体の体積の () 倍です。

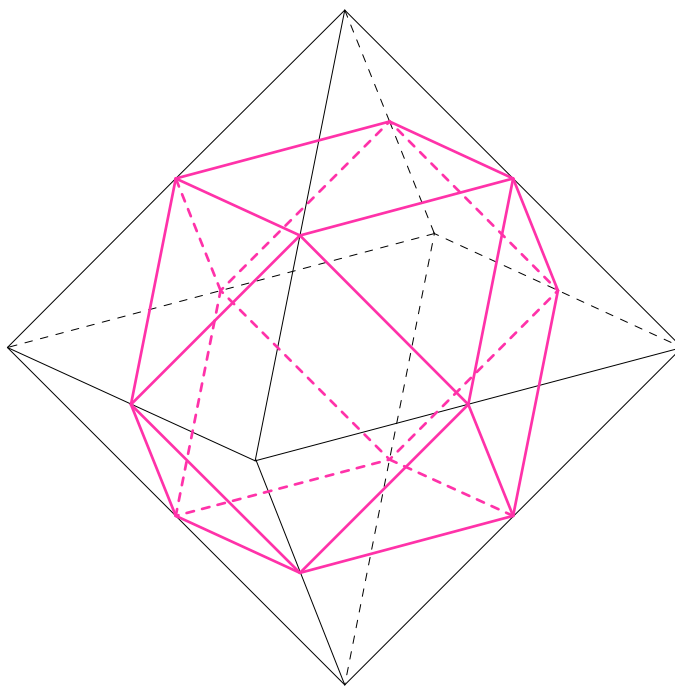
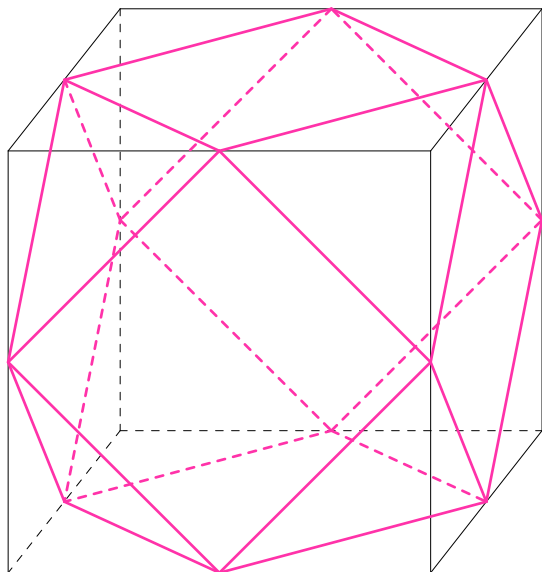


図のような、すべての面が正三角形でできた正8面体があり、点G、H、I、Jは辺のまん中の点です。いま、1つの頂点に集まる4本の辺のまん中の点を通る平面で、正8面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Aについては、点G、H、I、Jを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をPとします。



(1) 立体Pの頂点の数は () 個、辺の数は () 本、面の数は () 面です。

(2) 立体Pの体積は、もとの正8面体の体積の () 倍です。

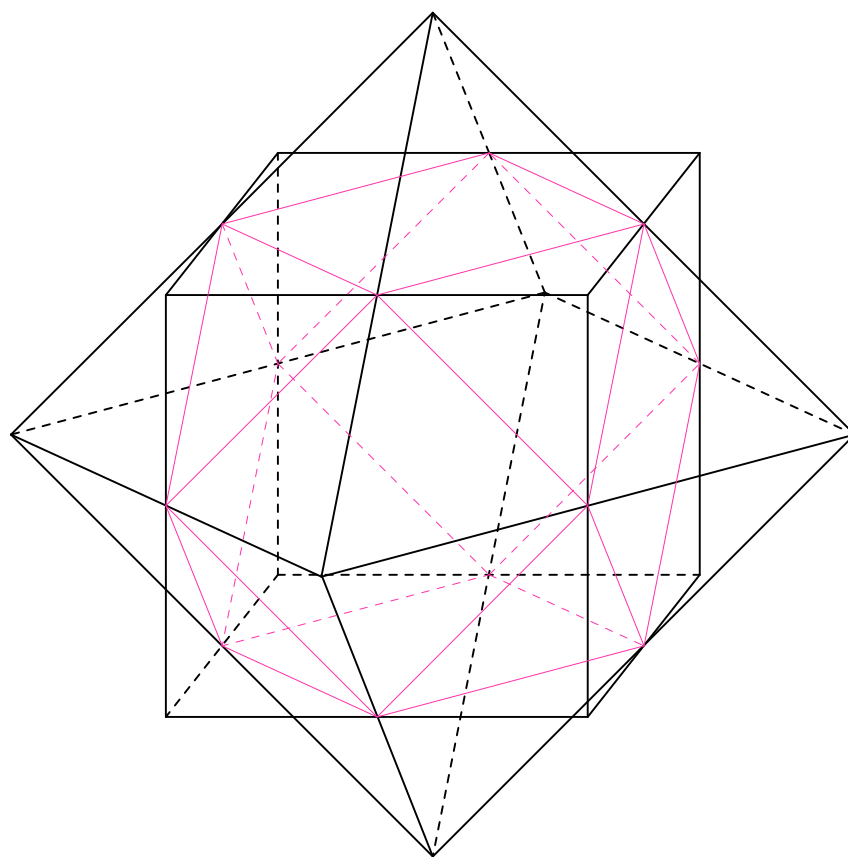


正6面体と正8面体のそれぞれの辺の中点を結ぶと同じ立体ができます。この立体を「立方8面体」といいます。立方8面体の表面は、正三角形と正方形からできています。

☆☆

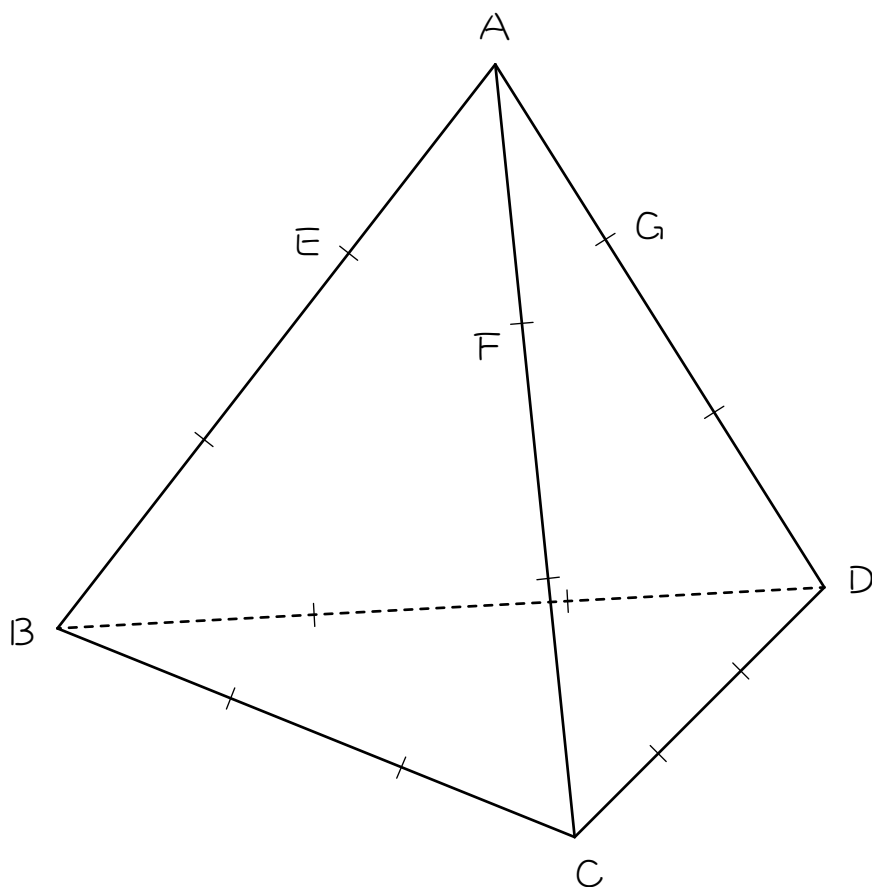
12

図のように、立方体と正8面体を、お互いに辺のまん中の点で交わるように重ねました。立方体と正8面体の共通部分の立体をP（図の赤い立体）とすると、立方体と正8面体と立体Pの体積の比を求めなさい。



13

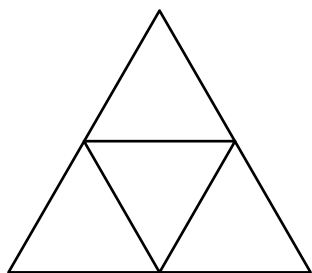
図のような4つの面が正三角形でできた正4面体 $ABCD$ があります。点 E 、 F 、 G は辺の3等分点の一つです。いま、一つの頂点に集まる3本の辺の3等分点のうち、その頂点に近い方の3点を通る平面で、正4面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点 A については、点 E 、 F 、 G を通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体を P とします。



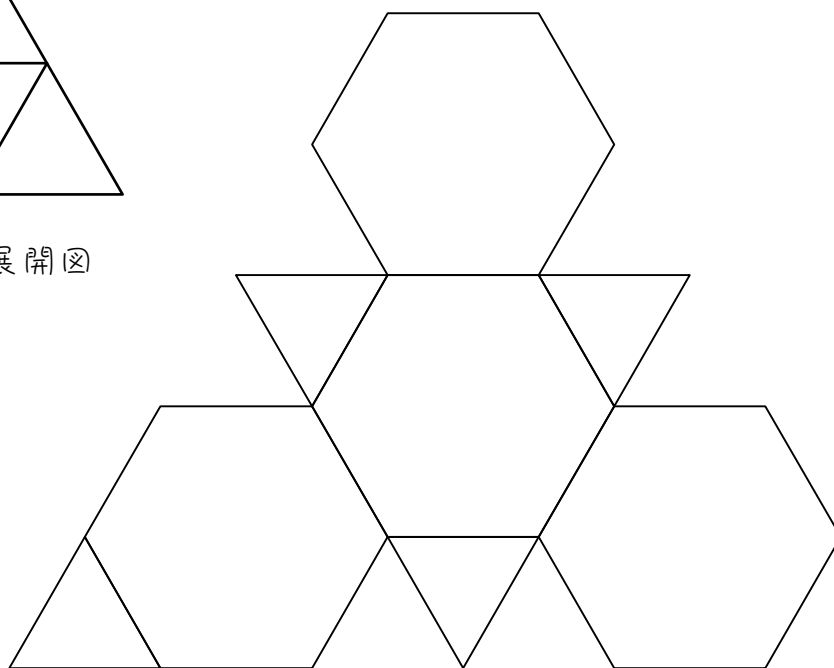
- (1) 立体 P の頂点の数は () 個、辺の数は () 本、面の数は () 面です。
- (2) 立体 P の体積は、もとの正4面体の体積の () 倍です。
- (3) 立体 P の表面積は、もとの正4面体の表面積の () 倍です。

14

下の図は、立体Pと立体Qの展開図で、立体Pの展開図は1辺1cmの正三角形4枚、立体Qの展開図は、1辺1cmの正三角形4枚と正六角形4枚でできています。



立体Pの展開図

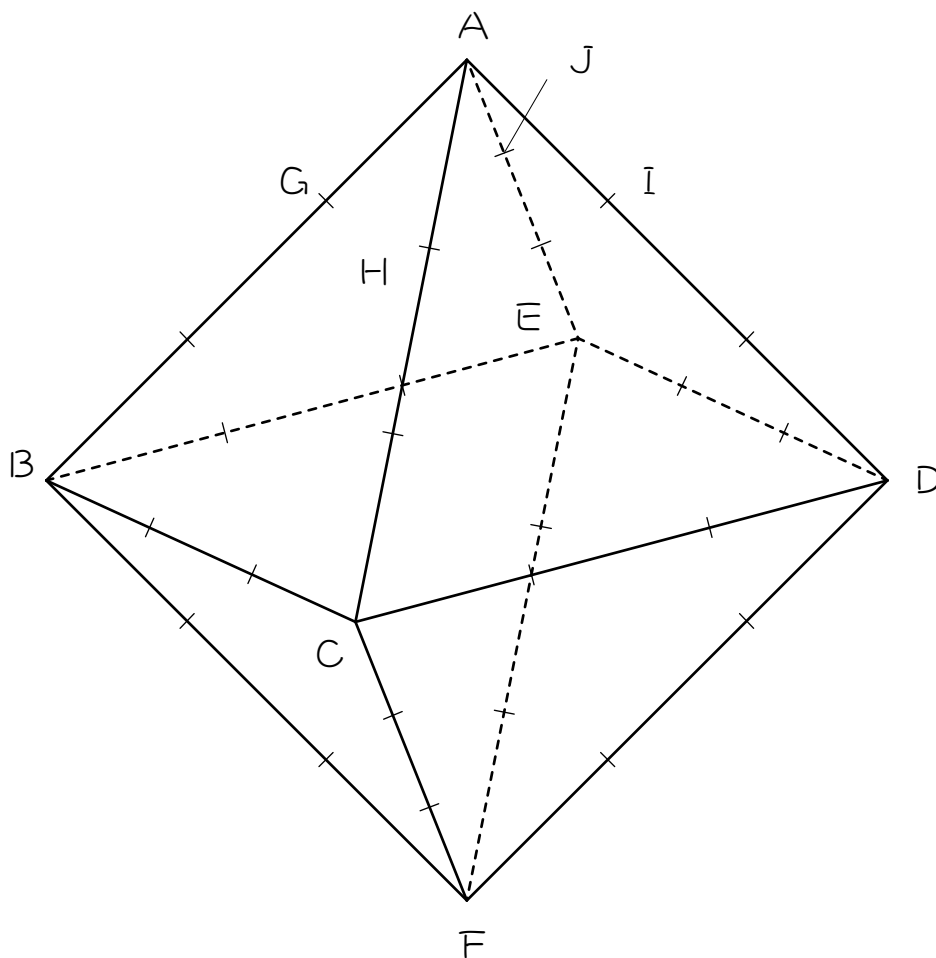


立体Qの展開図

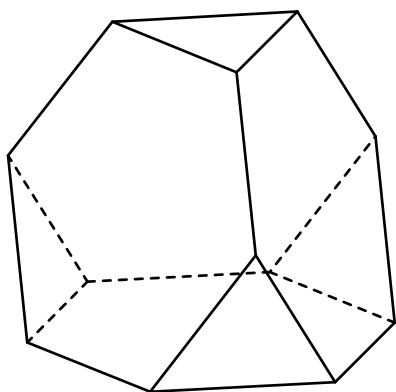
- (1) 立体Qの頂点の数は () 個、辺の数は () 本、面の数は () 面です。
- (2) 立体Pと立体Qの表面積の比は (:) です。
- (3) 立体Pと立体Qの体積の比は (:) です。

15

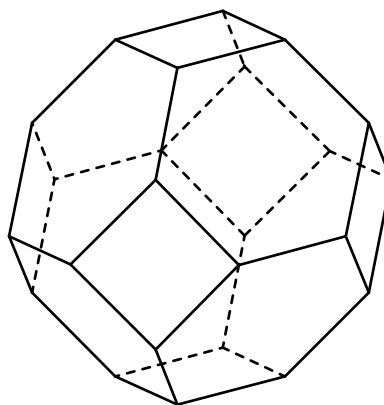
図のような 8 つの面が正三角形でできた正 8 面体があります。点 G、H、I、J は辺の 3 等分点の一つです。いま、1 つの頂点に集まる 4 本の辺の 3 等分点のうち、その頂点に近い方の 4 点を通る平面で、正 4 面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点 A については、点 G、H、I、J を通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体を P とします。



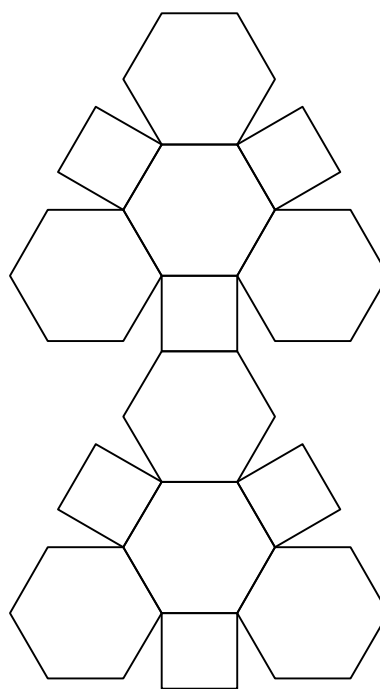
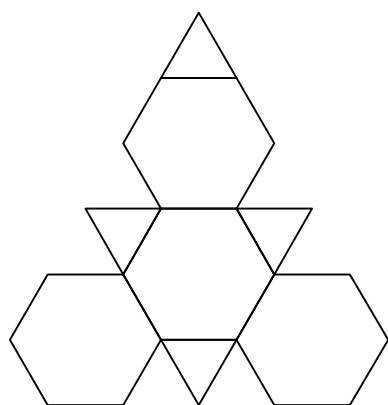
- (1) 立体 P の頂点の数は () 個、辺の数は () 本、面の数は () 面です。
- (2) 立体 P の体積は、もとの正 8 面体の体積の () 倍です。



切頂4面体

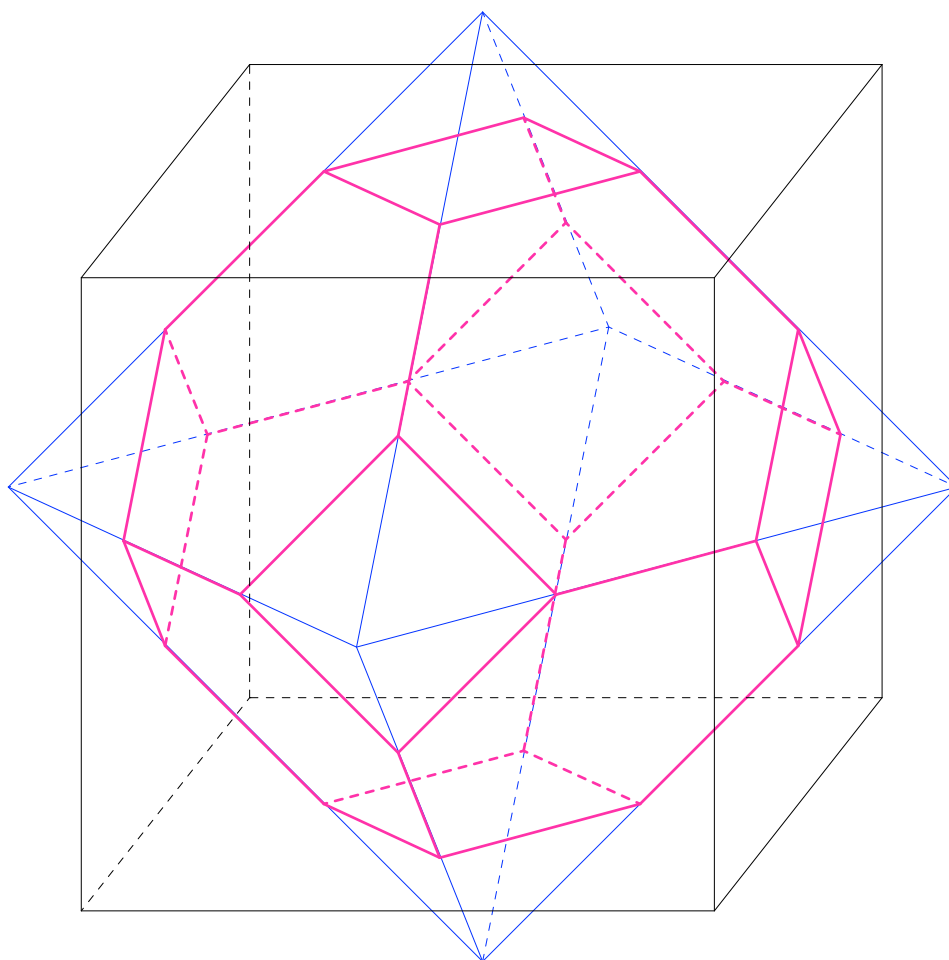


切頂8面体



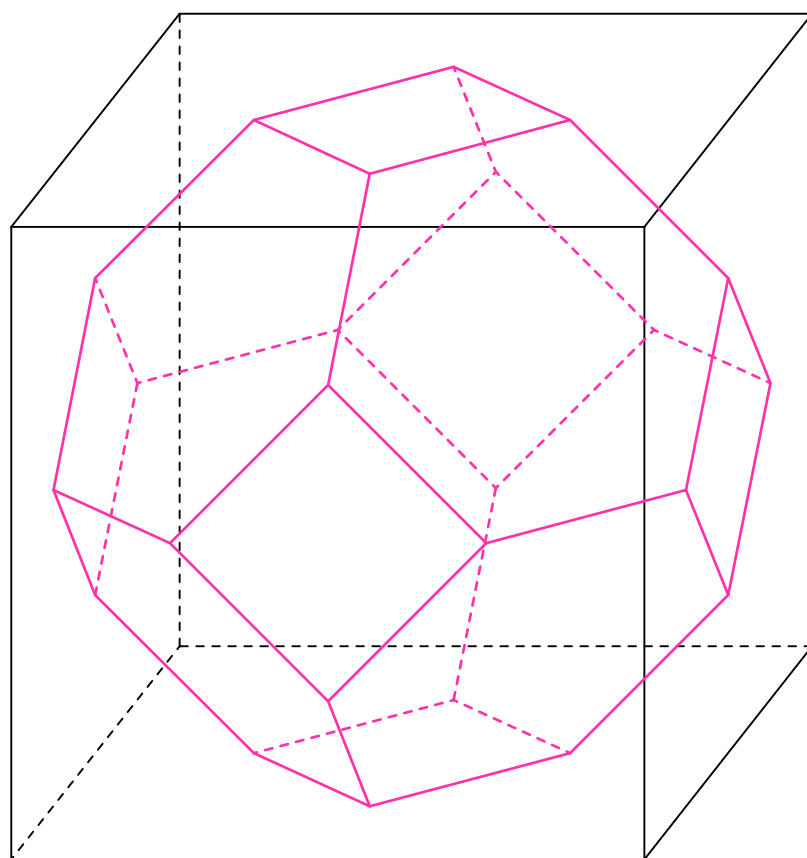
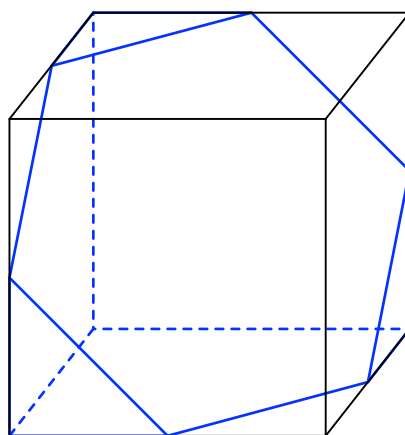
正4面体の各頂点を、各辺の3等分点のうち頂点に近い方の点を結んで切り落とすと「切頂4面体」ができます。同様にすると、正8面体からは「切頂8面体」ができます。

切頂4面体は、表面が正三角形と正六角形から、切頂8面体は、正方形と正六角形からできています。



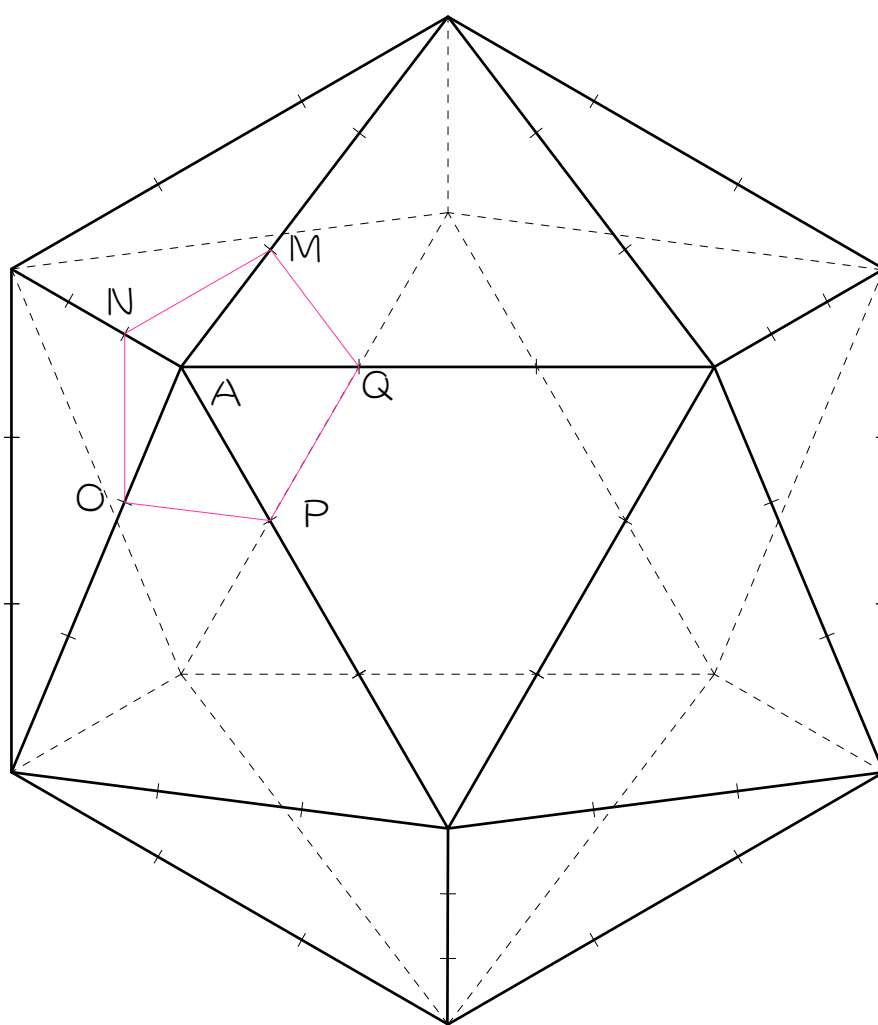
切頂8面体は立方体からもつくり出すことができます。
立方体の体積の、ちょうど半分になります。

右の青い立体が8個集まって、切頂8面体になります。右の青い立体は、小さい立方体の半分なので、切頂8面体は大きな立方体の体積の半分になります。

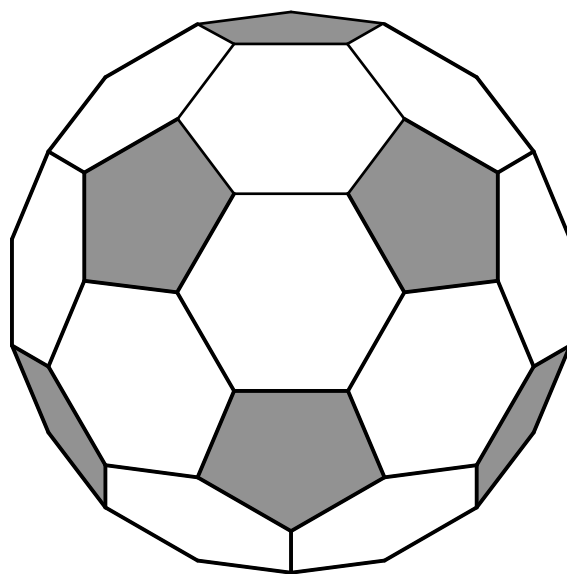
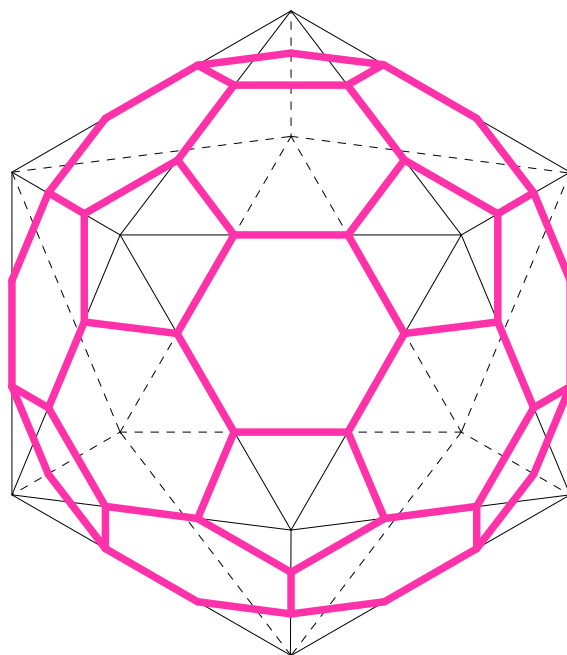


16

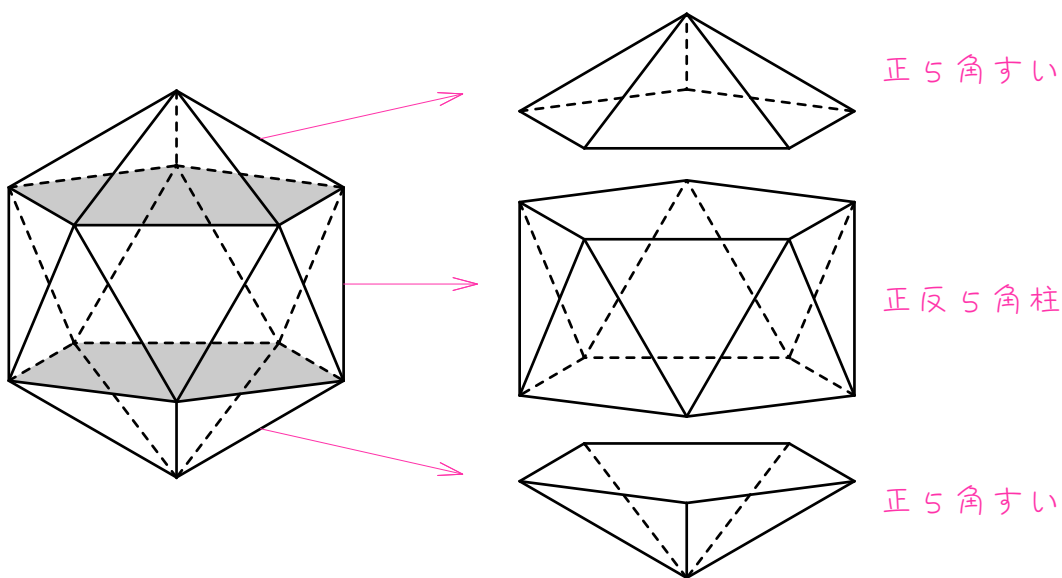
図のような、20個の面がすべて正三角形でできた正20面体があります。点M、N、O、Pは辺の3等分点の一つです。いま、一つの頂点に集まる5本の辺の3等分点のうち、その頂点に近い方の5点を通る平面で、正20面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Aについては、点M、N、O、P、Qを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をXとします



立体Xの頂点の数は（ ）個、辺の数は（ ）本、面の数は（ ）面です。



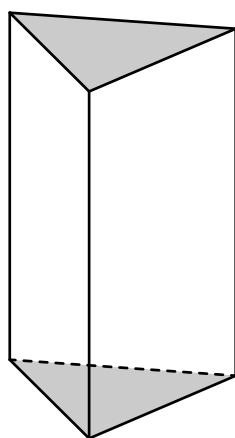
正20面体の各頂点を、各辺の3等分点のうち頂点に近い方の点を結んで落とすと「切頂20面体」ができます。いわゆるサッカーボールのかたちです。



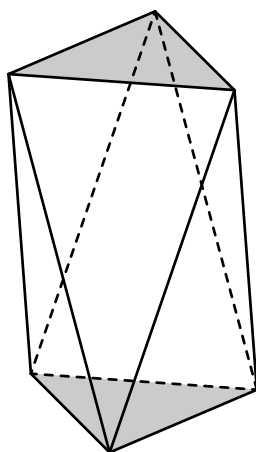
正5角すい

正反5角柱

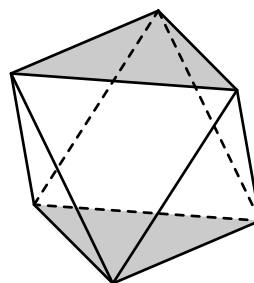
正5角すい



3角柱



反3角柱



正反3角柱
= 正8面体

正20面体を、色のついた面（正5角形になります）で3つの部分に分けます。中央の立体は、上下の面が平行で合同な正5角形ですが、向きが反対です。5角柱がねじれたような形になっています。このような立体を、「反5角柱」といいます。正8面体は、正反3角柱でもあります。

☆
17

図1のように、正四面体 $ABCD$ の4つの面の中心を結んで、正四面体 $EFGH$ をつくります。正三角形の中心は図2のように作図することを参考にし、次の問いに答えなさい。

図1

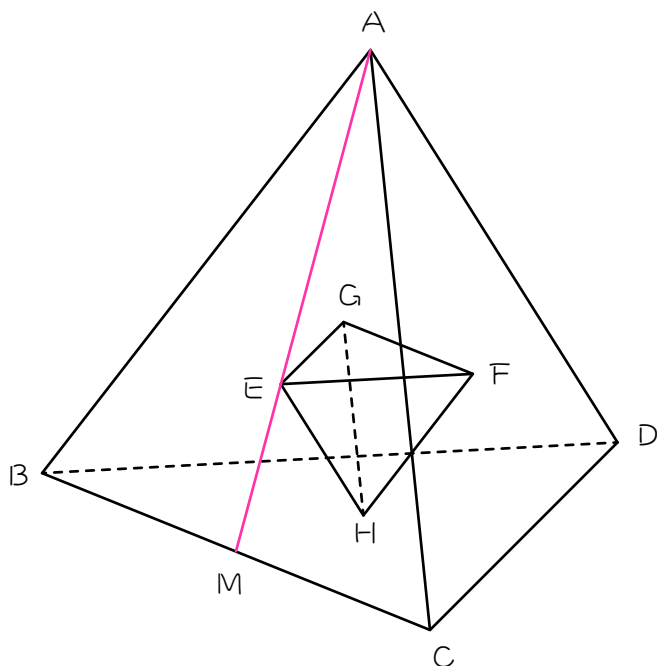
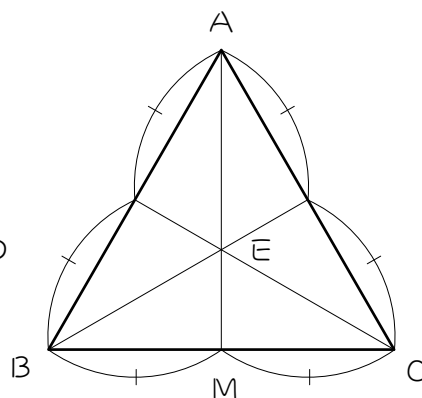


図2

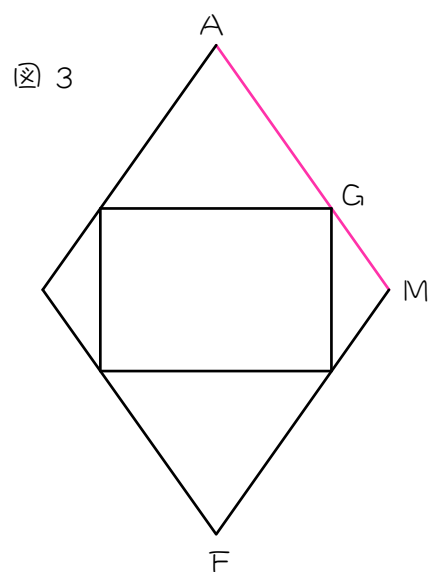
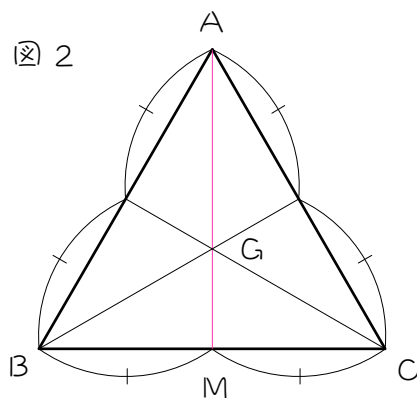
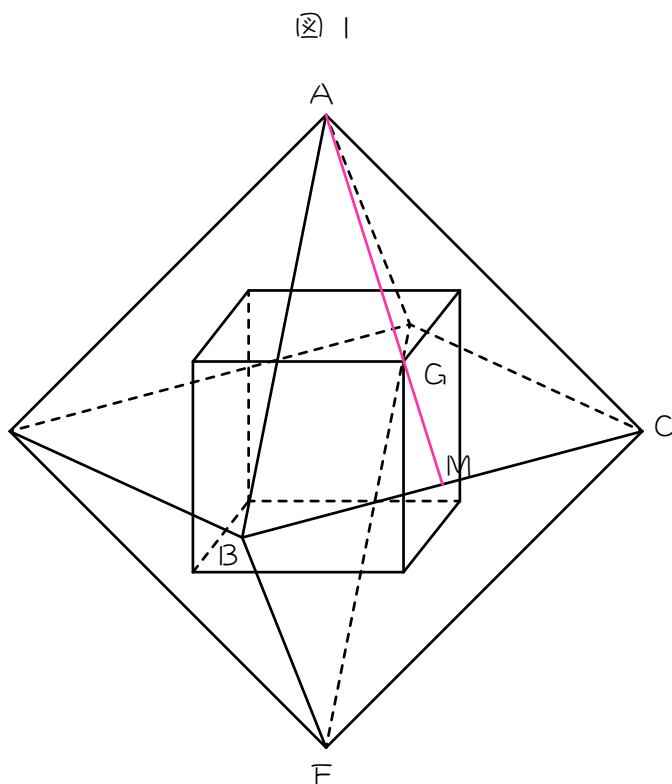


- (1) $AE : EM$ を求めなさい。
- (2) 正四面体 $EFGH$ の体積は、正四面体 $ABCD$ の体積の何倍ですか。

☆☆

18

図1のように、正8面体の4つの面の中心を結んで、立方体をつくります。図2は正8面体の面ABCを、図3は正8面体を3点AMFを通る平面で切ったときの切り口を表しています。



- (1) 図2を参考に、 $AG : GM$ を求めなさい。
- (2) 図3を参考に、 AF の長さと、立方体の1辺の長さの比を求めなさい。
- (3) 正8面体と立方体の体積の比を求めなさい。

■ 解答 ■

- 1 (1) 4、正四面体、4、6、4
 (2) 6、立方体、正六面体、8、12、6
 (3) 8、正八面体、6、12、8
- 2 (1) 正12面体 (2) 30 (3) 20
- 3 (1) 正20面体 (2) 30 (3) 12
- 4 正四面体
- 5 正八面体、 $1/6$
- 6 立方体 (正六面体)
- 7 (1) 正八面体 (2) $1/2$ (3) $1/2$
- 8 $1 : 4$
- 9 (1) 正四面体 (2) $1/3$ (3) 正八面体 (4) $6 : 2 : 1$
- 10 (1) 12、24、14 (2) $5/6$
- 11 (1) 12、24、14 (2) $5/8$
- 12 (1) $6 : 8 : 5$
- 13 (1) 12、18、8 (2) $23/27$ (3) $7/9$
- 14 (1) 12、18、8 (2) $1 : 7$ (3) $1 : 23$
- 15 (1) 24、36、14 (2) $8/9$
- 16 60、90、32
- 17 (1) $2 : 1$ (2) $1/27$
- 18 (1) $2 : 1$ (2) $3 : 1$ (3) $9 : 2$