## ステップ１　正多面体の頂点・辺・面の数を求める

１　（　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。

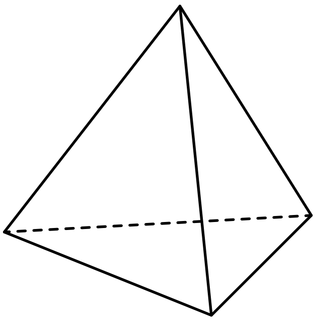


図１

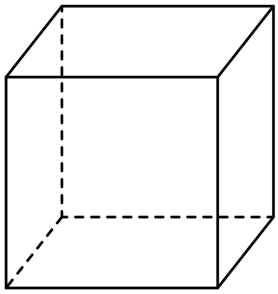


図２

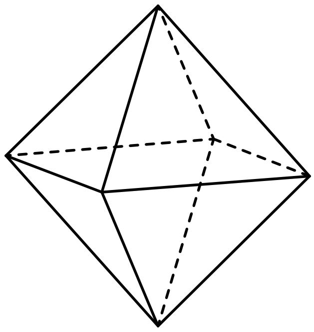


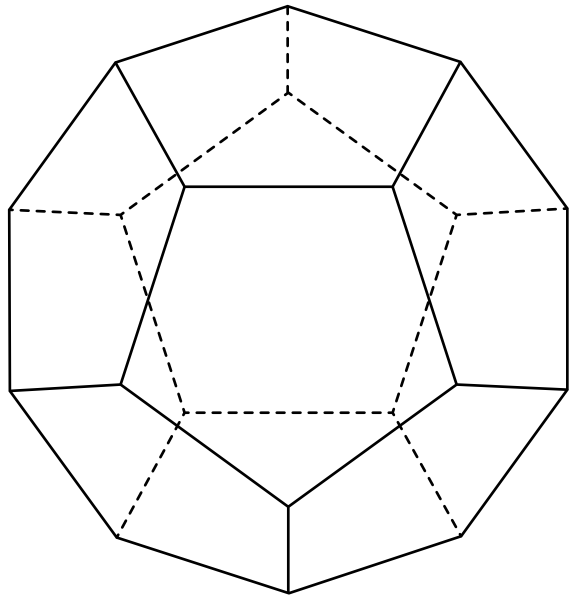
図３

(1)　図１のように（　　）つの正三角形でできた立体を、（　　　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　　）個、辺は（　　　）本、面は（　　　）面あります。

(2)　図２のように（　　）つの正方形でできた立体を、（　　　　　　）または立方体といいます。この立体には、頂点は（　　　）個、辺は（　　　）本、面は（　　　）面あります。

(3)　図３のように（　　）つの正三角形でできた立体を、（　　　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　　）個、辺は（　　　）本、面は（　　　）面あります。

**2** （　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。



(1) 上の図のように12個の正五角形でできた立体を、(　　　　　　　　　)

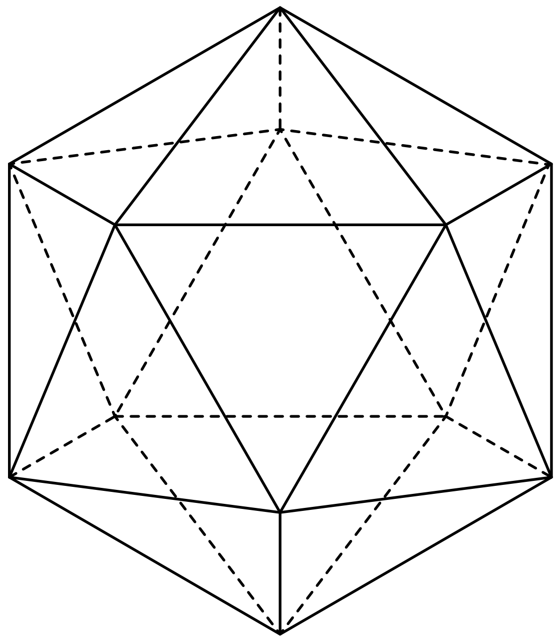
といいます。

(2) この立体の辺の数は（　　　）本です。正五角形が12面あることから、

計算で求めなさい。

(3) この立体の頂点の数は（　　　）個です。正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

3　（　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。



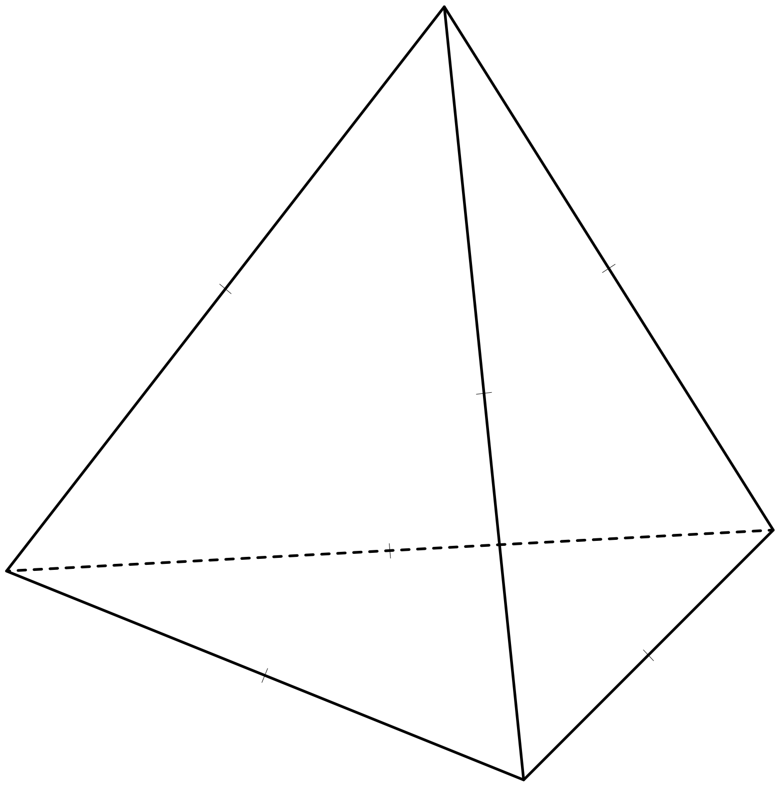
(1)　上の図のように20個の正三角形でできた立体を、(　　　　　　　　　　)といいます。

(2)　この立体の辺の数は（　　　）本です。

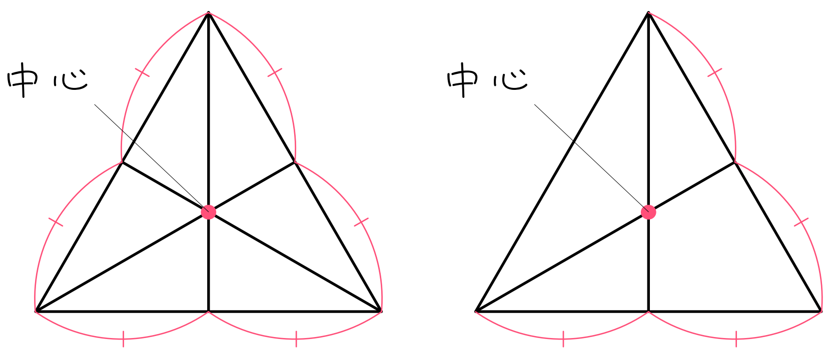
(3)　この立体の頂点の数は（　　　）個です。

## ステップ２　正多面体の包含関係①

**4**　図１のような正四面体の４つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。（中心を求めるための線は、うすく描きなさい）

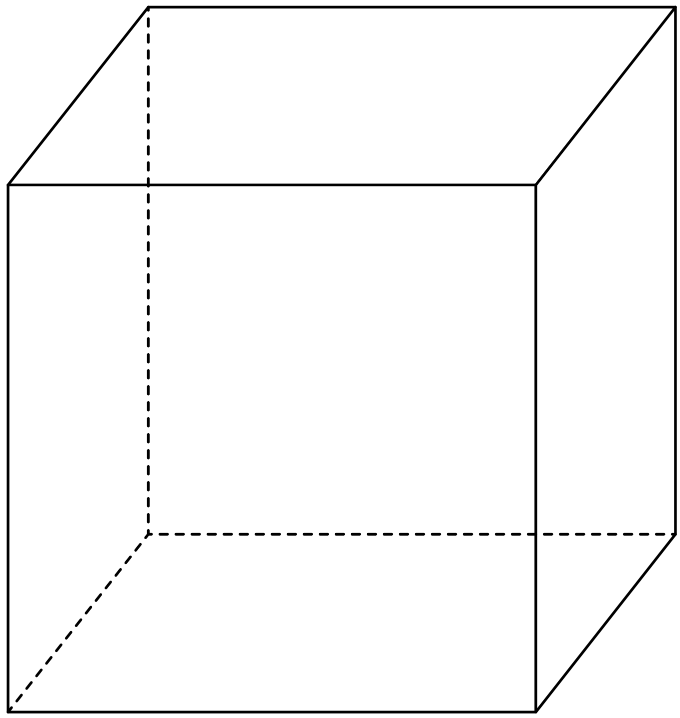


【図１】

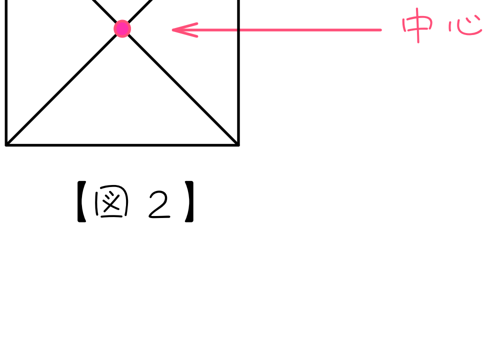



【図２】

5　図１のような立方体の６つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正方形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。また、その立体の体積は、もとの立方体の体積の何倍ですか。

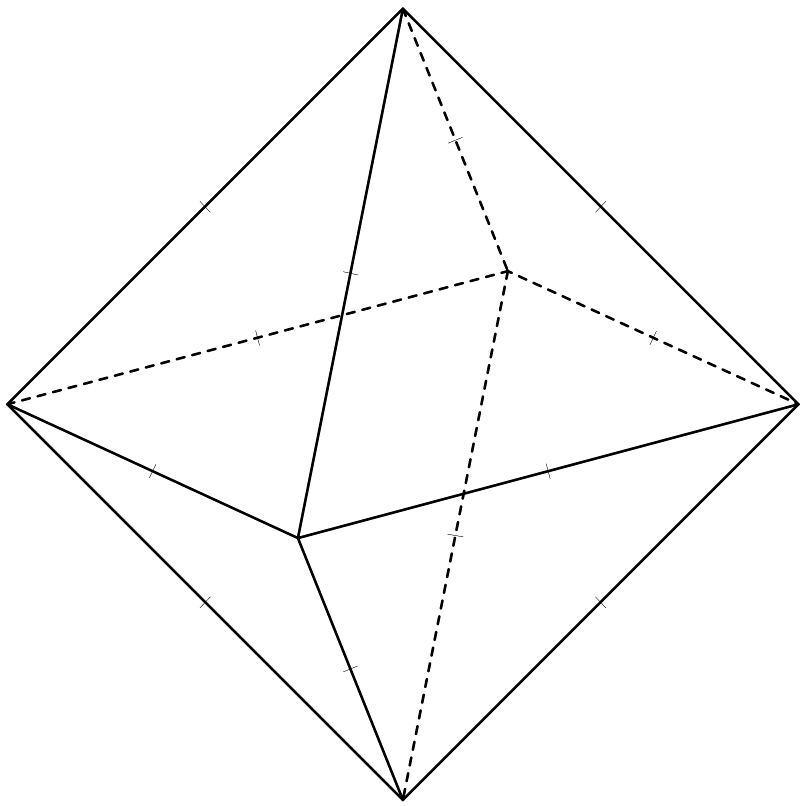


【図１】

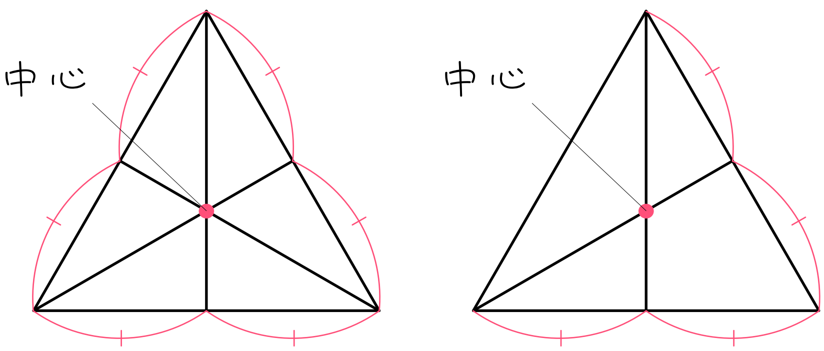



【図２】

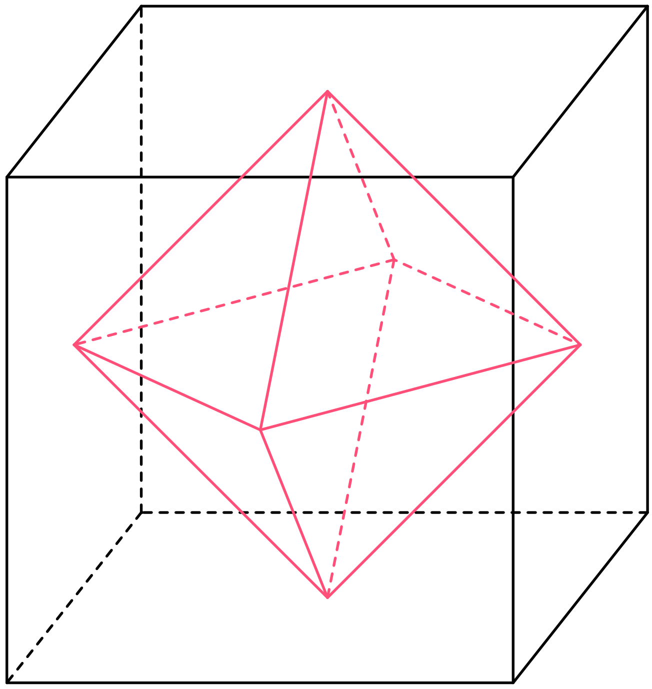
**6** 図のような正八面体の８つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。

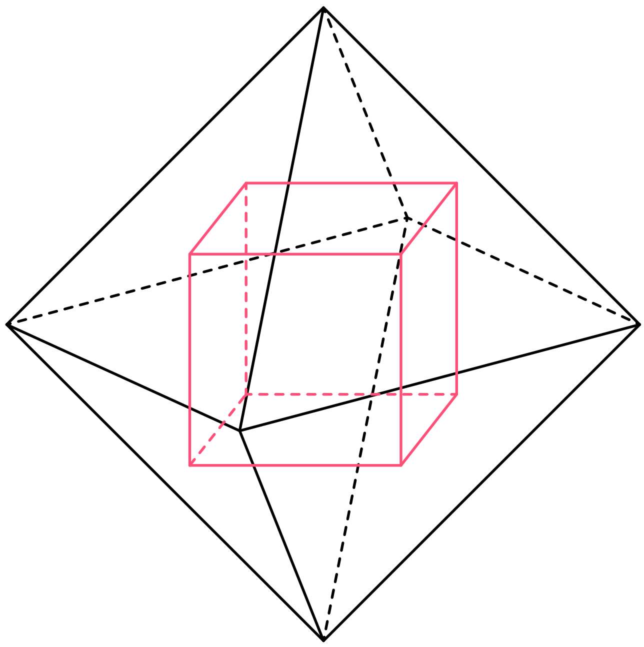


【図１】

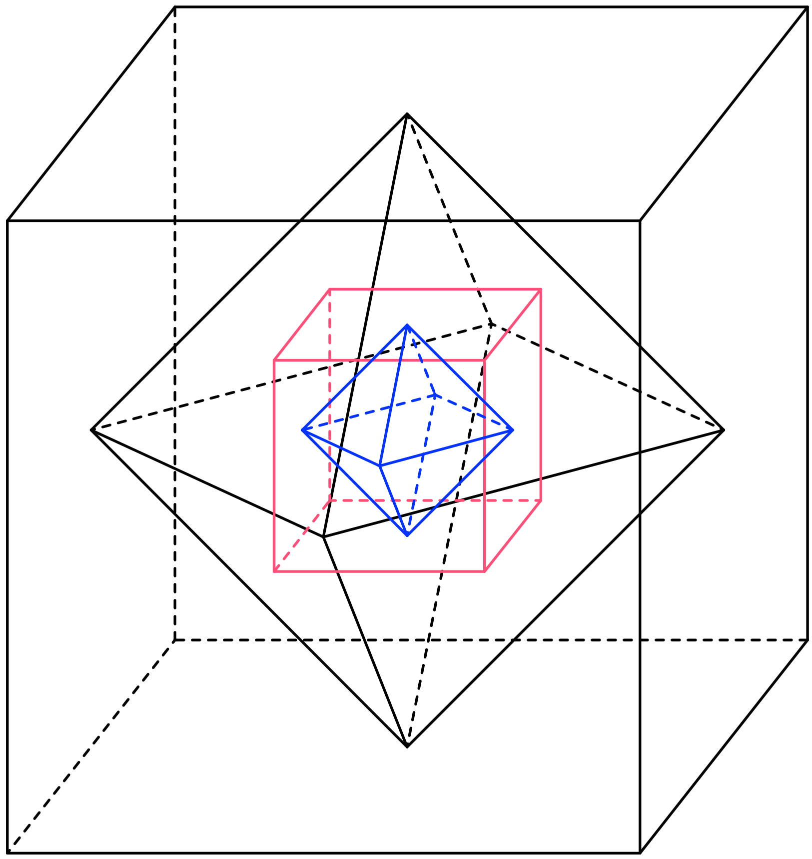



【図２】



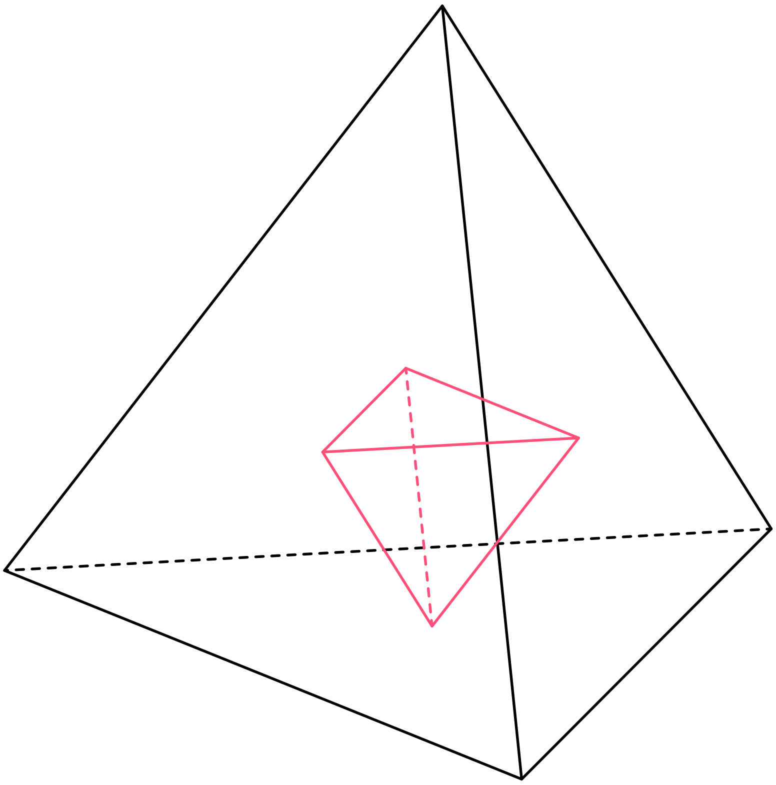


正六面体の各面の中心を結ぶと正八面体ができ、正八面体の各面の中心を結ぶと正六面体ができます。このような関係を、「双対（そうつい）」といいます。

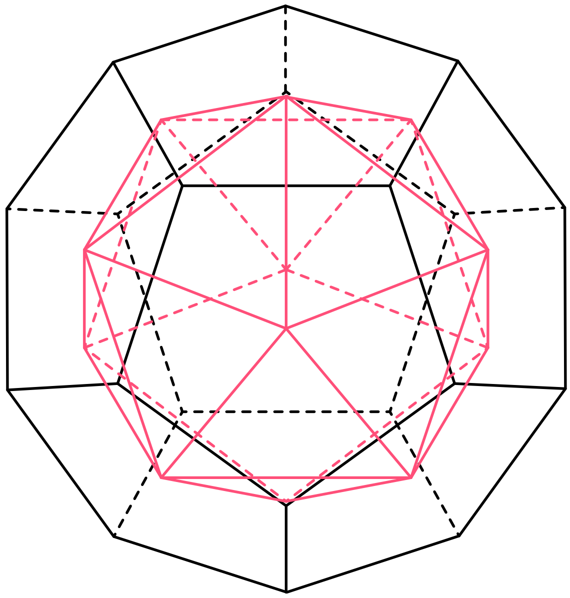


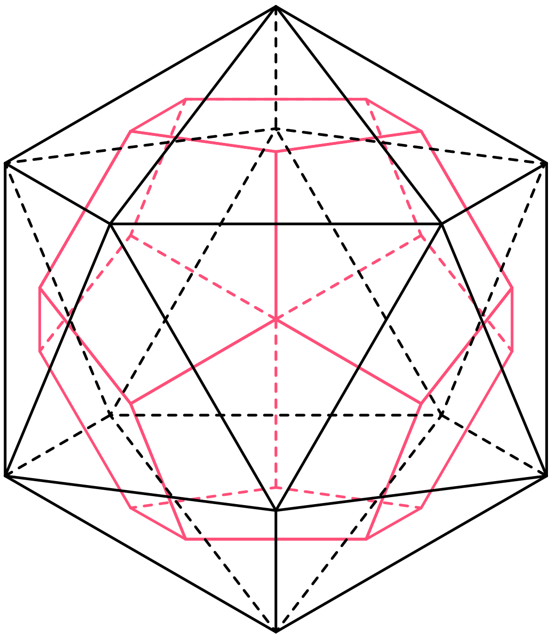
正六面体の中に正八面体、そのなかに正六面体、その中に正八面体、

…と続くわけです。

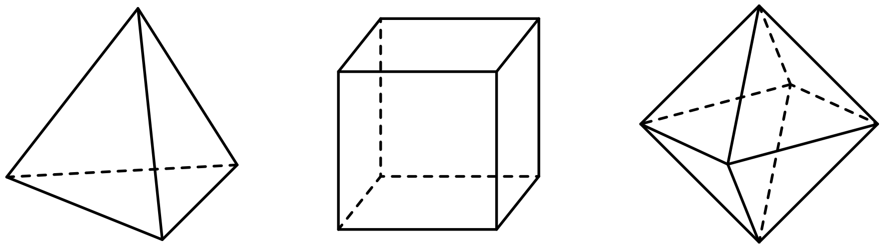


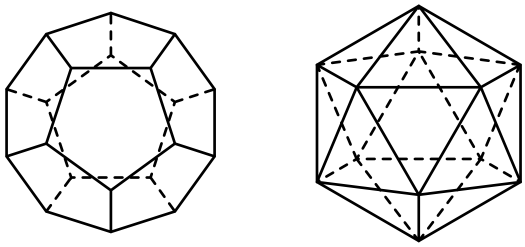
正四面体の各面の中心を結ぶと、また正四面体ができます。正四面体は自分自身と「双対(そうつい)」です。





正十二面体の各面の中心を結ぶと正二十面体、正二十面体の各面の中心を結ぶと正十二面体ができます。正十二面体と正二十面体は「双対」です。





| | 正四面体 | 正六面体 | 正八面体 | 正十二面体 | 正二十面体 |
|---|---|---|---|---|---|
| 頂点の数 | 4 | 8 | 6 | 20 | 12 |
| 辺の数 | 6 | 12 | 12 | 30 | 30 |
| 面の数 | 4 | 6 | 8 | 12 | 20 |

　正多面体は上の５種類しかありません。これらを「プラトンの正多面体」と言います。「双対」の関係にある正多面体どうしは、頂点の数と面の数が入れかわります。

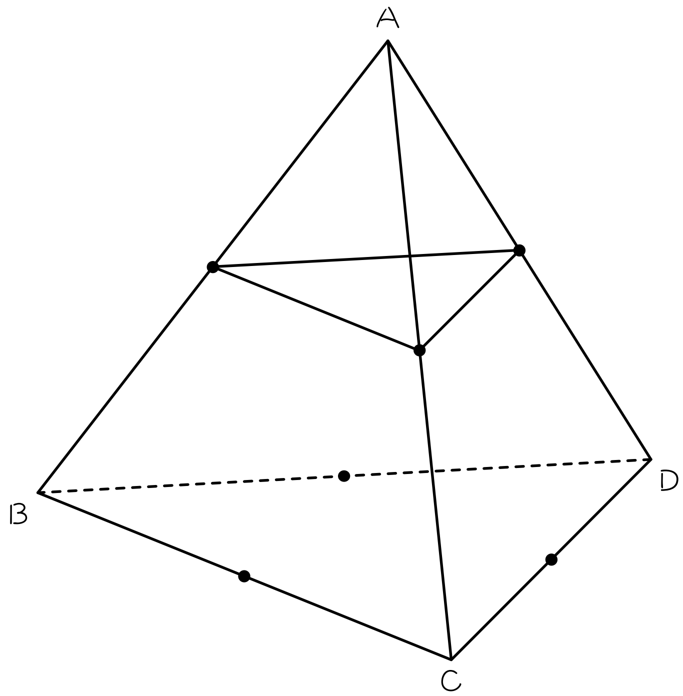
　また、穴のあいていない多面体については、

頂点の数 - 辺の数 + 面の数 = 2

が成り立ちます。これを「オイラーの多面体定理」といいます。

## ステップ３　切頂多面体と展開図

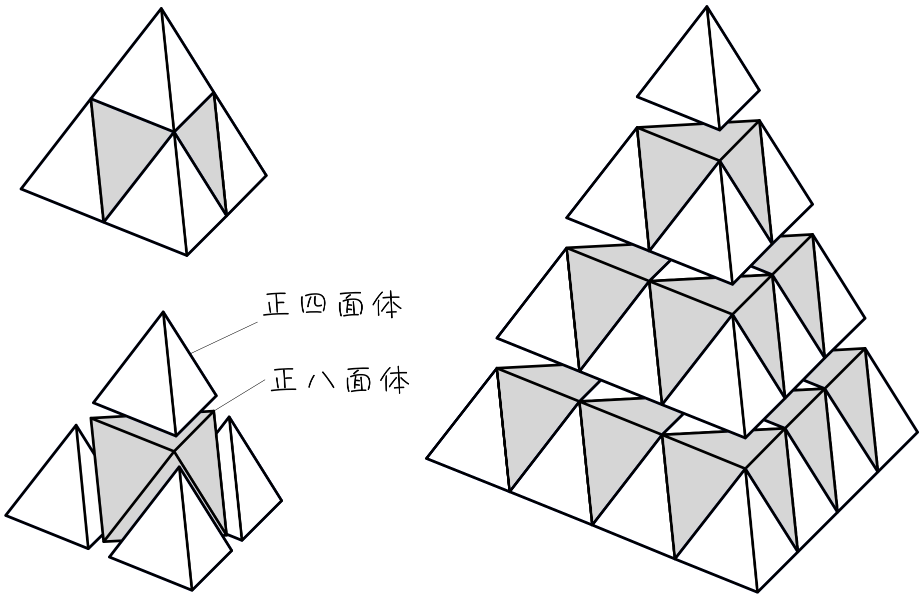
**7**　図のような正四面体ＡＢＣＤがあり、● は辺のまん中の点です。いま、頂点Ａに最も近い３個の ● を通る平面で、頂点Ａを切り落とします。同様にして、他の頂点Ｂ～Ｄも切り落とし切り落とし、最後に残った立体をＰとします。



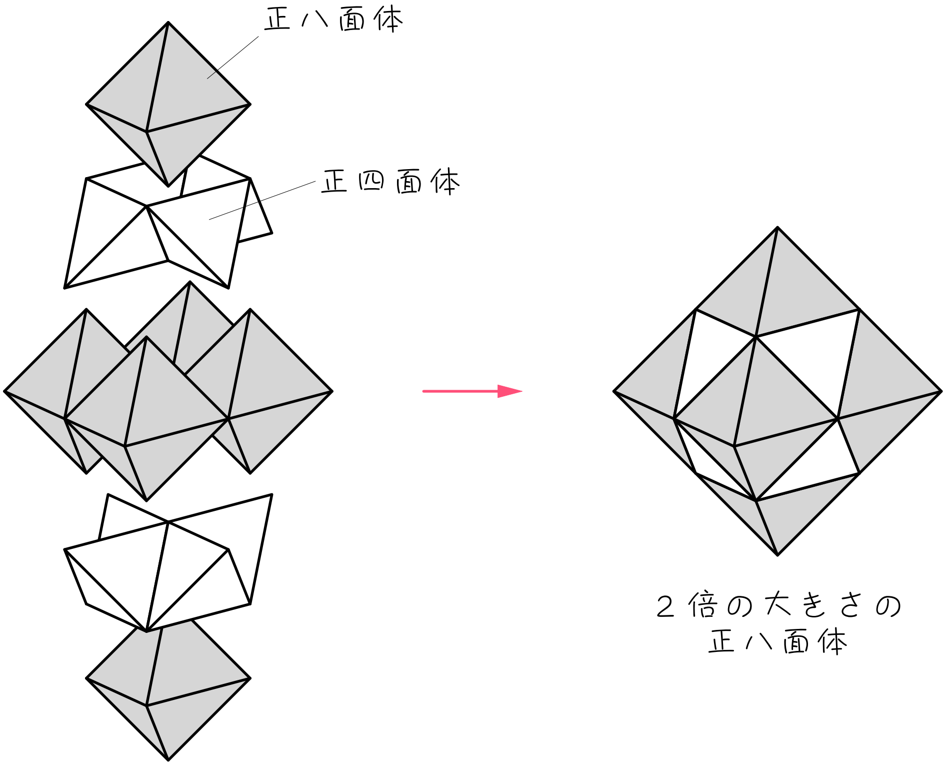

(1)　立体Ｐは、(　　　　　　　　　　)という名前の立体です。

(2)　立体Ｐの体積は、正四面体ＡＢＣＤの体積の(　　　　)倍です。

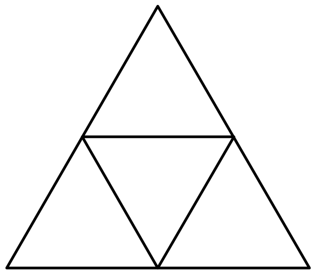
(3)　立体Ｐの表面積は、正四面体ＡＢＣＤの表面積の(　　　　)倍です。

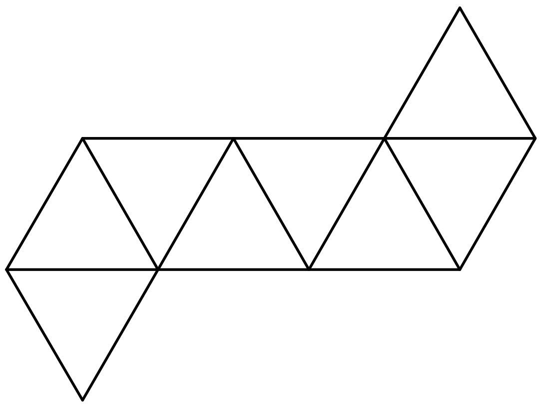



正四面体の中に正八面体をつくることができます。１辺の長さが等しい正四面体と正八面体を規則正しくすき間なく並べることで、空間をしきつめることができます。



8　下の図は、立体Ｐと立体Ｑの展開図で、立体Ｐの展開図は１辺１cmの正三角形４枚、立体Ｑの展開図は、１辺１cmの正三角形８枚でできています。

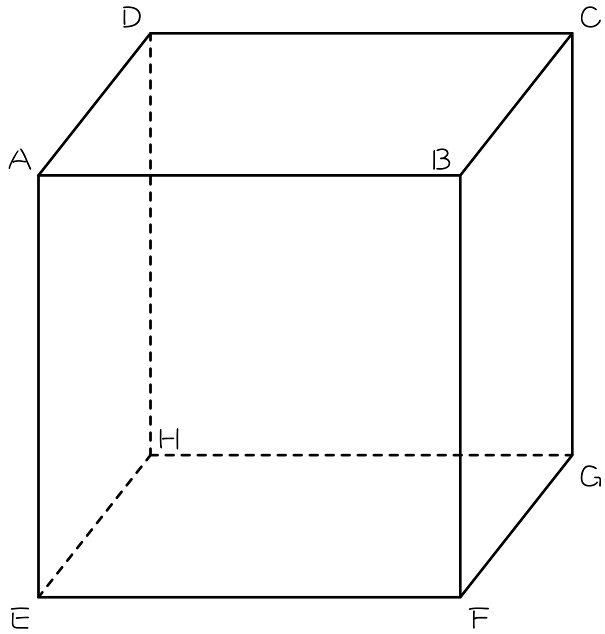

立体Ｐの展開図


立体Ｑの展開図

(1)　立体Ｐを（　　　）個、立体Ｑを（　　　）個組み合わせると、１辺が２cmの正四面体ができます。

(2)　(1)より、立体Ｐと立体Ｑの体積の比は（　　　：　　　）です。

9 図のような立方体について次の問いに答えなさい。

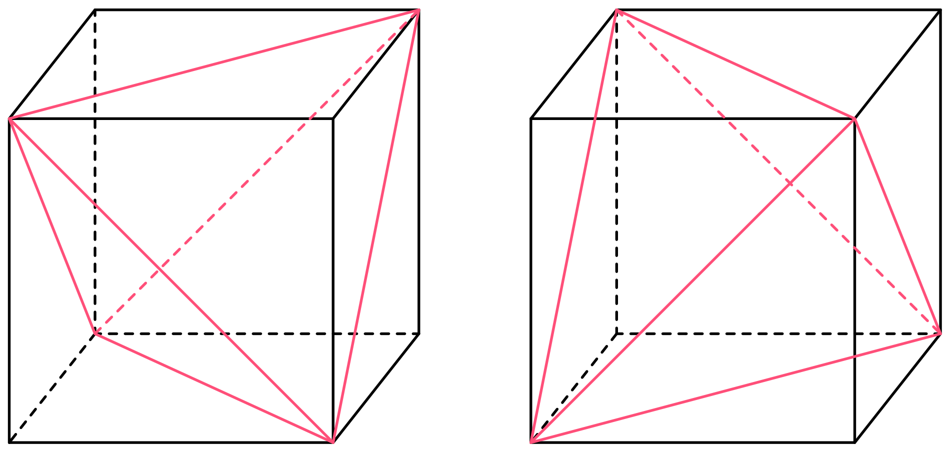


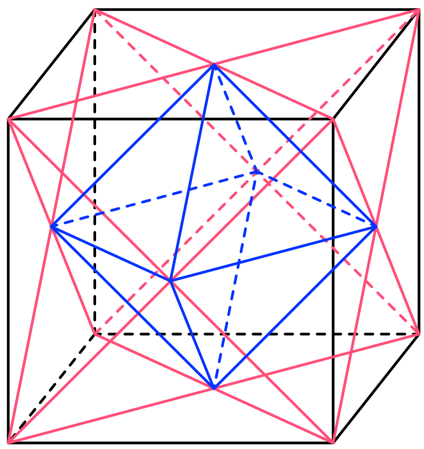

(1) 頂点A、C、F、Hを結んで新しい立体Pをつくります。何という立体ができますか。

(2) 立体Pの体積は、立方体の体積の何倍ですか。

(3) さらに、(1)で残った頂点を結んでもう１つの立体Qをつくり、立体Pと立体Qの共通部分を立体Rとします。立体Rは何という立体ですか。

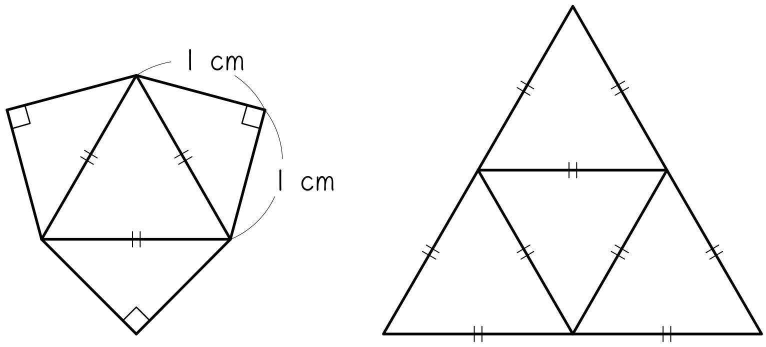
(4) 立方体と立体Pと立体Rの体積比を求めなさい。





正六面体の中に正四面体をつくることができます。正六面体の中につくった２つの正四面体の重なった部分は、正八面体になります。

10　下の図は、立体Ｐと立体Ｑの展開図で、立体Ｐの展開図は、直角をはさむ２辺の長さが１cmの直角二等辺三角形が３枚と正三角形１枚、立体Ｑの展開図は、正三角形４枚でできています。また、立体Ｐの展開図の正三角形と、立体Ｑの展開図の正三角形の大きさは同じです。

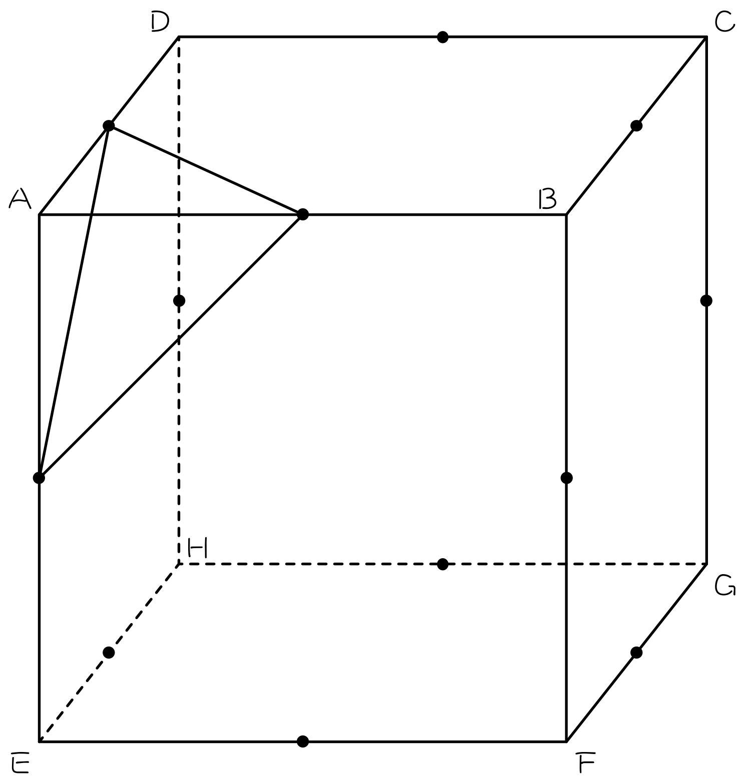



立体Ｐの展開図　　立体Ｑの展開図

(1)　立体Ｐを（　　　）個、立体Ｑを（　　　）個組み合わせると、１辺が１cmの立方体ができます。

(2)　(1)より、立体Ｐと立体Ｑの体積の比は（　　：　　）です。

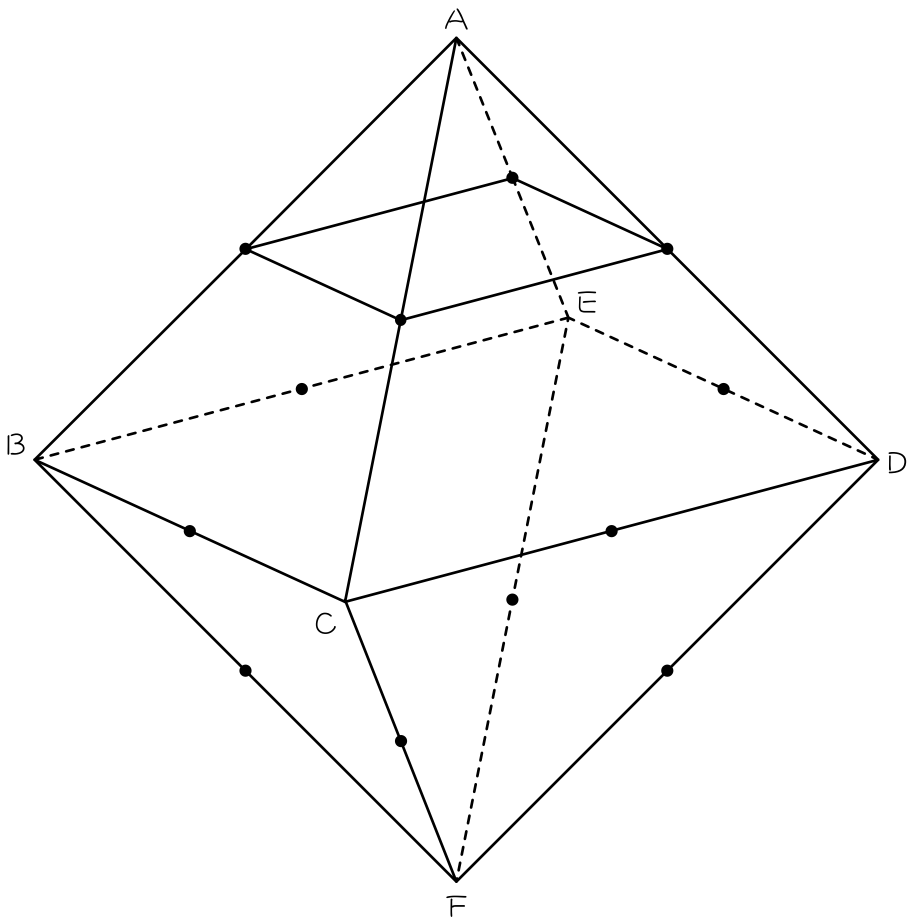
11　図のような立方体があり、● は辺のまん中の点です。いま、頂点Aに最も近い３個の ● を通る平面で、頂点Aを切り落とします。同様にして、他の７個の頂点B～Hも切り落とし、最後に残った立体をPとします。




(1)　立体Pの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

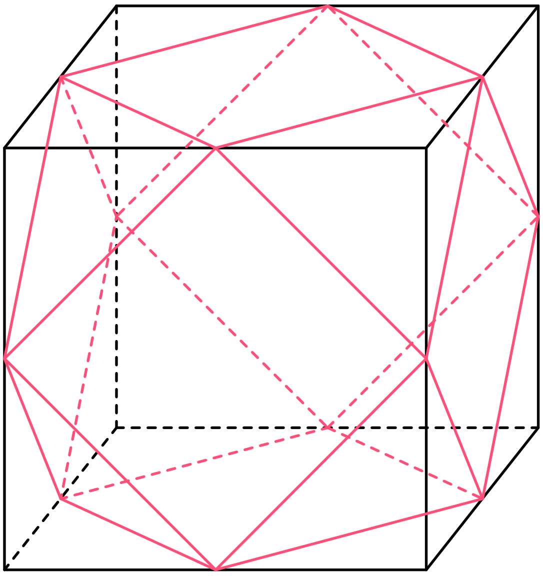
(2)　立体Pの体積は、もとの立方体の体積の（　　　）倍です。

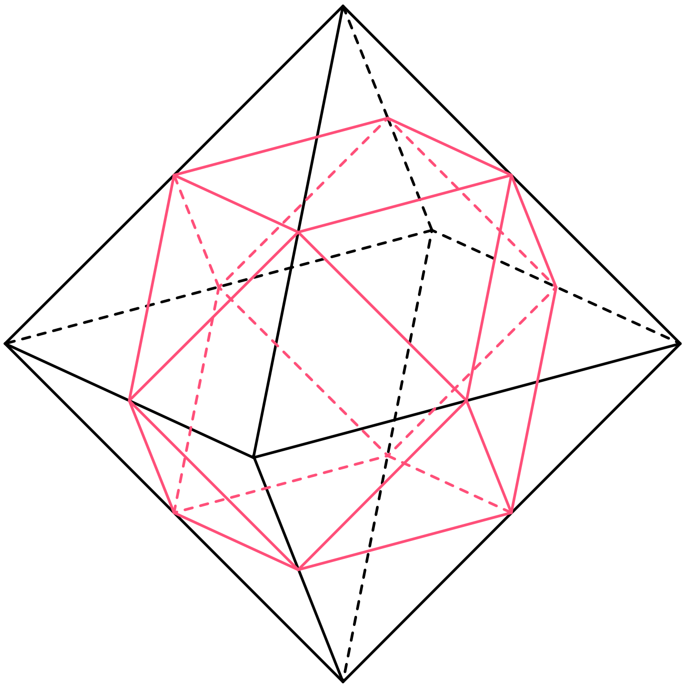
12 図のような、すべての面が正三角形でできた正八面体があり、● は辺のまん中の点です。いま、頂点Aに最も近い４個の ● を通る平面で、頂点Aを切り落とします。同様にして、他の５個の頂点B～Fも切り落とし、最後に残った立体をPとします。




(1) 立体Pの頂点の数は（　　）個、辺の数は（　　）本、面の数は（　　）面です。

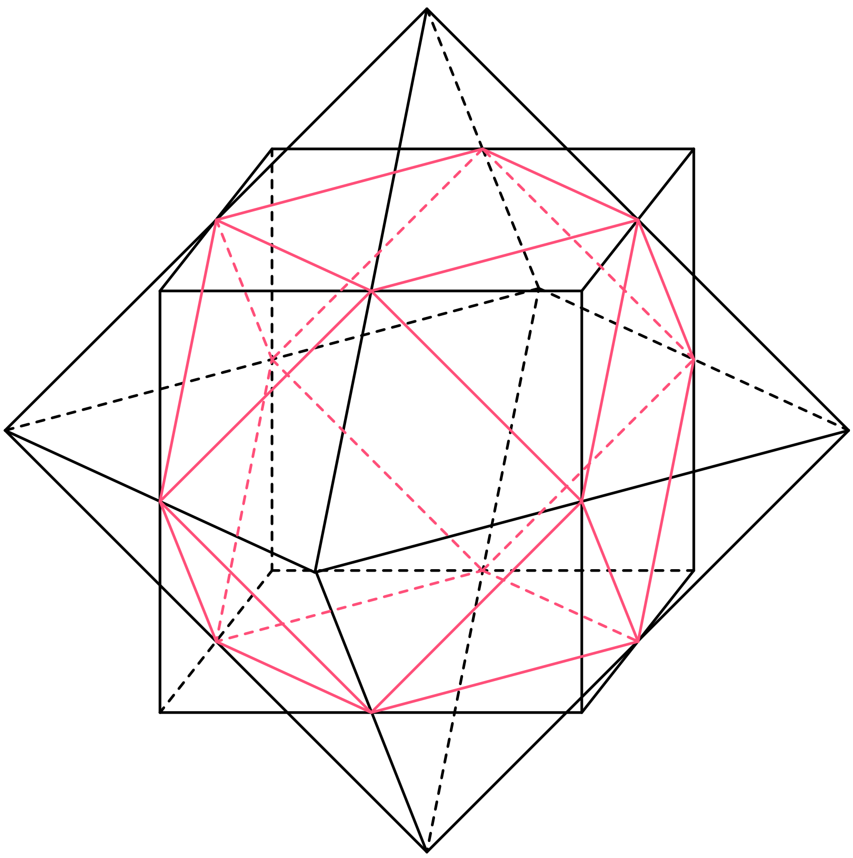
(2) 立体Pの体積は、もとの正八面体の体積の（　　）倍です。



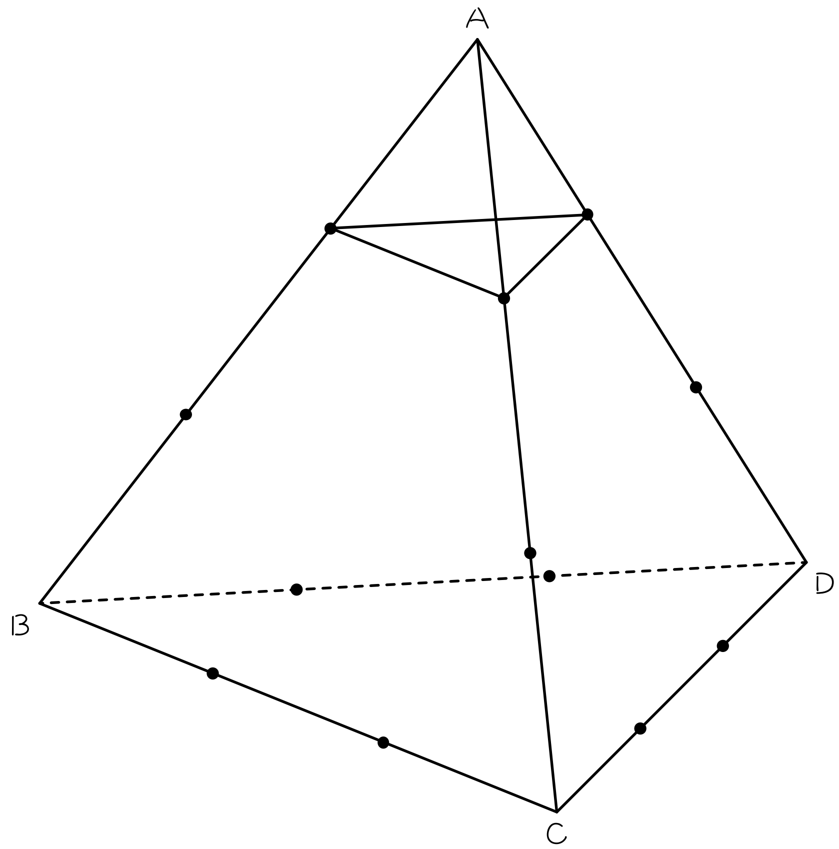


正六面体と正八面体のそれぞれの辺の中点を結ぶと同じ立体ができます。この立体を「立方八面体」といいます。立方八面体の表面は、正三角形と正方形からできています。

$\boxed{13}$☆☆　図のように、立方体と正八面体を、お互いに辺のまん中の点で交わるように重ねました。立方体と正八面体の共通部分の立体をP（図の赤い立体）とするとき、立方体と正八面体と立体Pの体積の比を求めなさい。$\boxed{10}$、$\boxed{11}$を参考にしなさい。



14　図のような４つの面が正三角形でできた正四面体があり、● は辺の３等分点です。いま、頂点Ａに最も近い３個の ● を通る平面で、頂点Ａを切り落とします。同様にして、他の３個の頂点Ｂ～Ｄも切り落とし、最後に残った立体をＰとします。

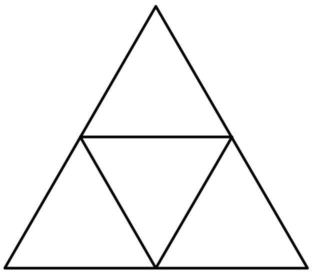



(1)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

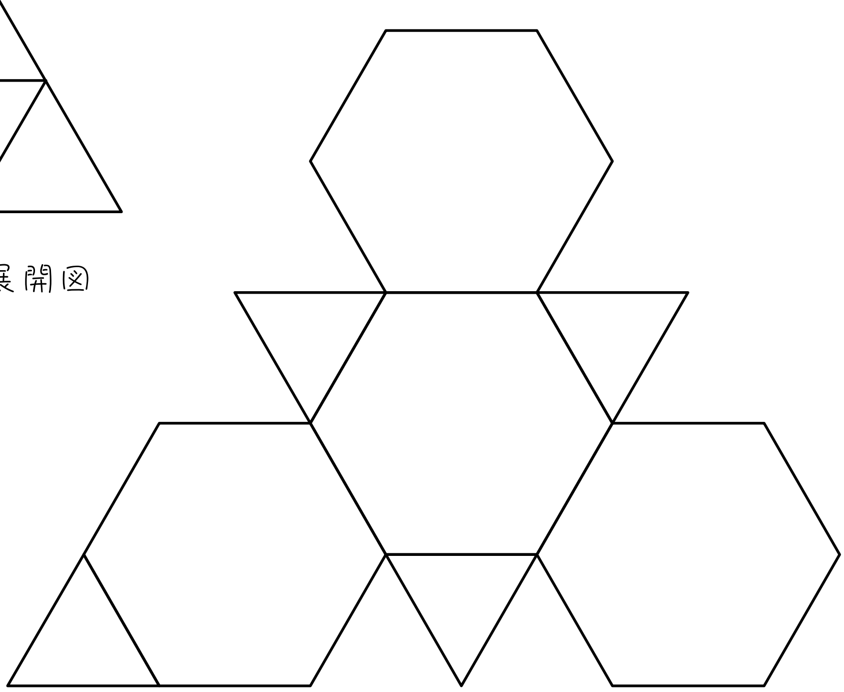
(2)　立体Ｐの体積は、もとの正四面体の体積の（　　　）倍です。

(3)　立体Ｐの表面積は、もとの正四面体の表面積の（　　　）倍です。

15 下の図は、立体Ｐと立体Ｑの展開図で、立体Ｐの展開図は１辺１cmの正三角形４枚、立体Ｑの展開図は、１辺１cmの正三角形４枚と正六角形４枚でできています。



立体Ｐの展開図



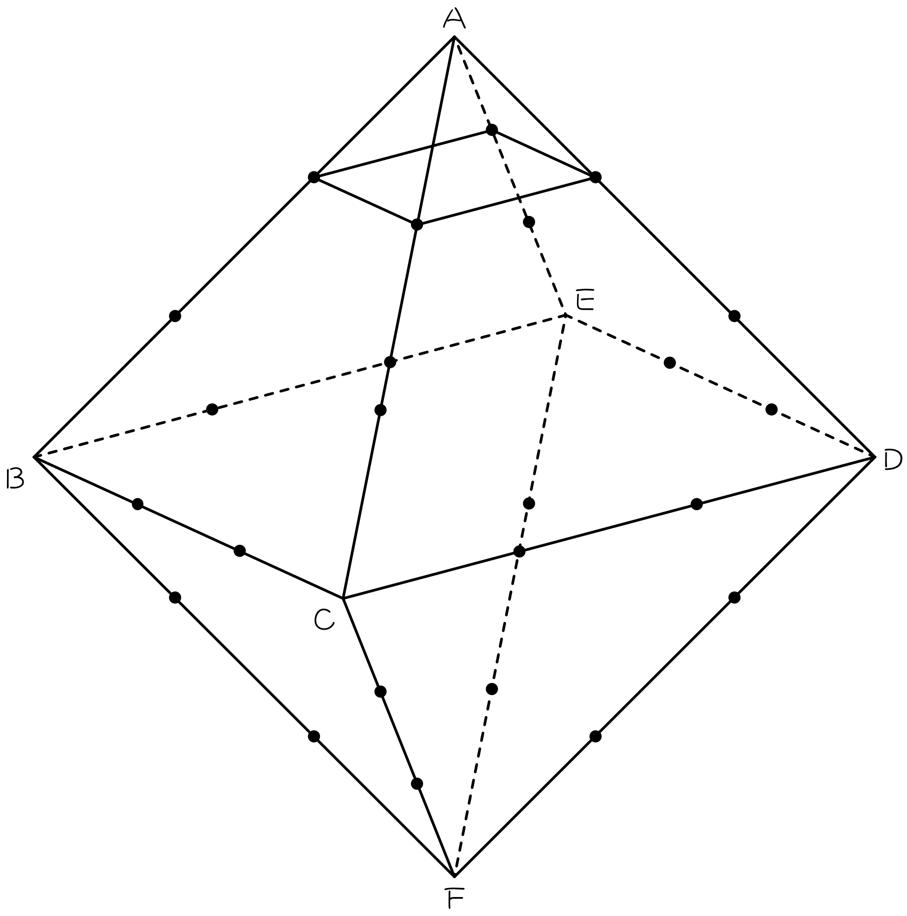
立体Ｑの展開図

(1) 立体Ｑの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2) 立体Ｐと立体Ｑの表面積の比は（　　　：　　　）です。

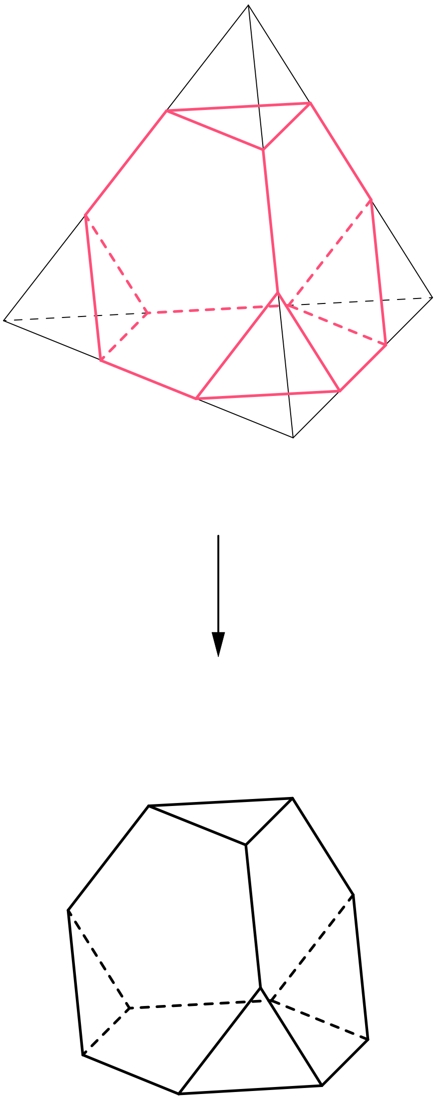
(3) 立体Ｐと立体Ｑの体積の比は（　　　：　　　）です。

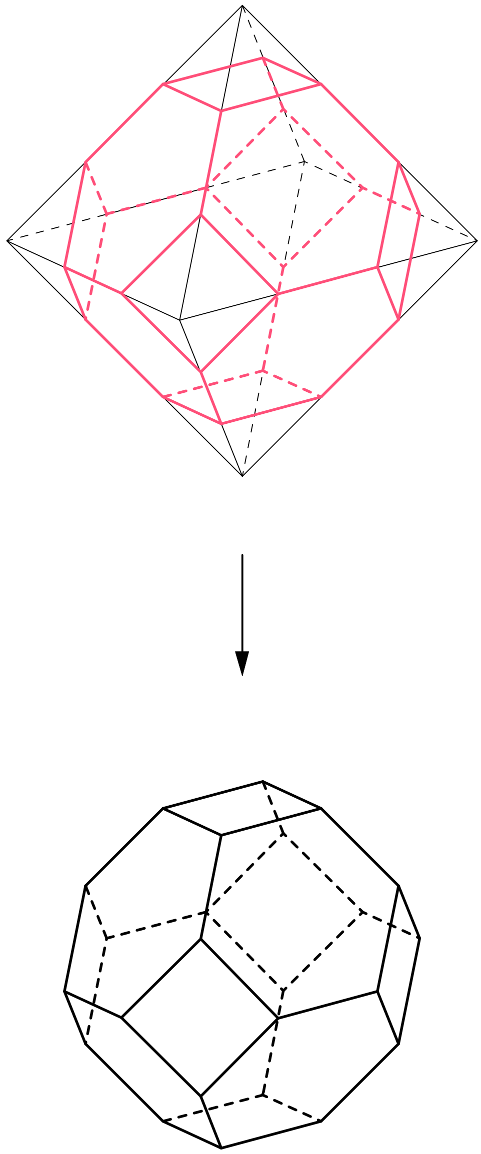
16 図のような８つの面が正三角形でできた正八面体があります。● は辺の３等分点です。いま、頂点Ａに最も近い４個の ● を通る平面で、頂点Ａを切り落とします。同様にして、他の５個の頂点Ｂ～Ｆも切り落とし、最後に残った立体をＰとします。




(1) 立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2) 立体Ｐの体積は、もとの正八面体の体積の（　　　）倍です。



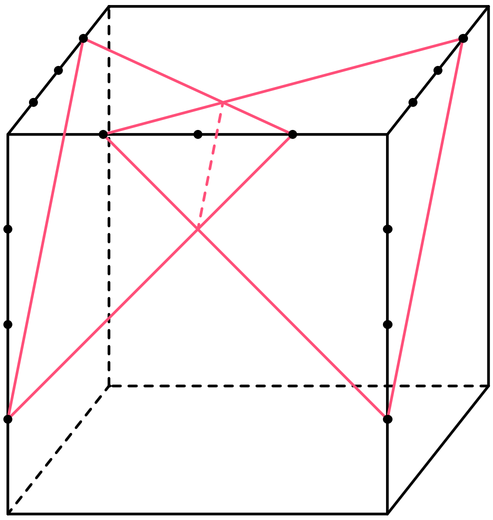


切頂四面体

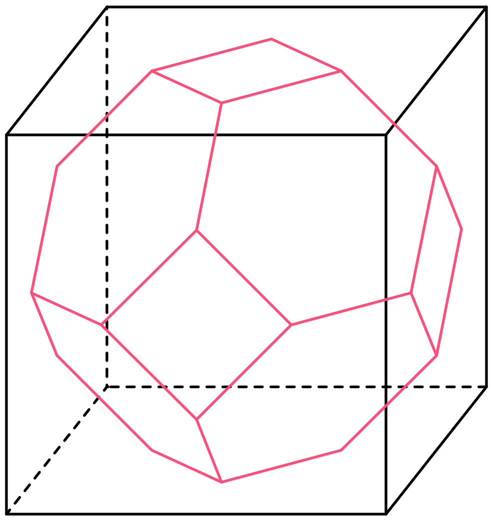
切頂八面体

正四面体の各頂点を、各辺の３等分点のうち頂点に近い方の点を結んで切り落とすと「切頂四面体」ができます。同様にすると、正八面体からは「切頂八面体」ができます。

切頂四面体は、表面が正三角形と正六角形から、切頂八面体は、正方形と正六角形からできています。

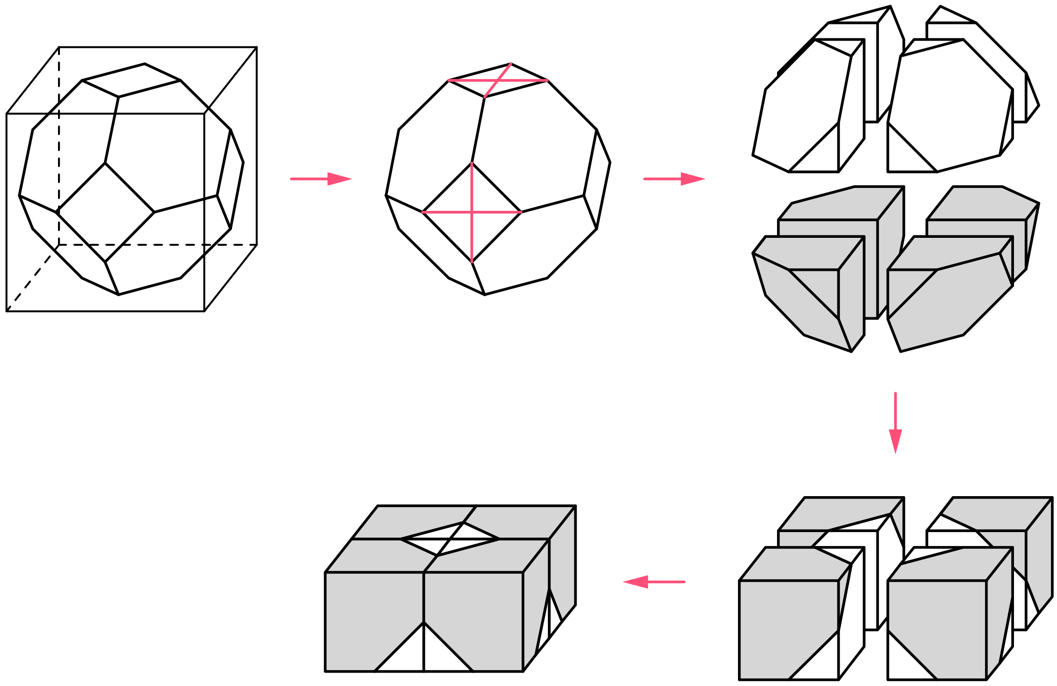


この調子ですべての頂点を
同時に切り落とします。

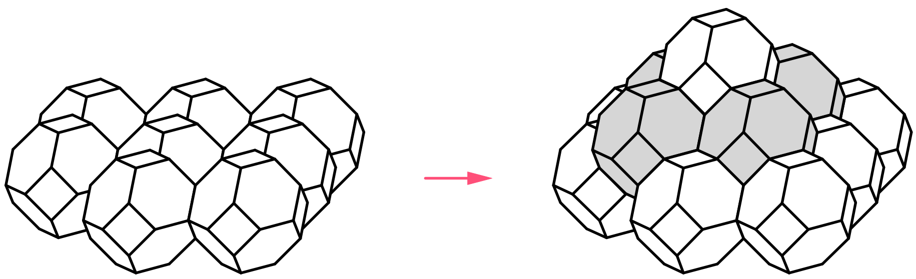


切頂八面体の完成。

切頂八面体は立方体からもつくることができます。図のように、立方体の頂点に集まる３辺の４等分点のうち、最も遠い３点を通る平面で立方体の８個の頂点を全て切り落とすと、切頂八面体になります。

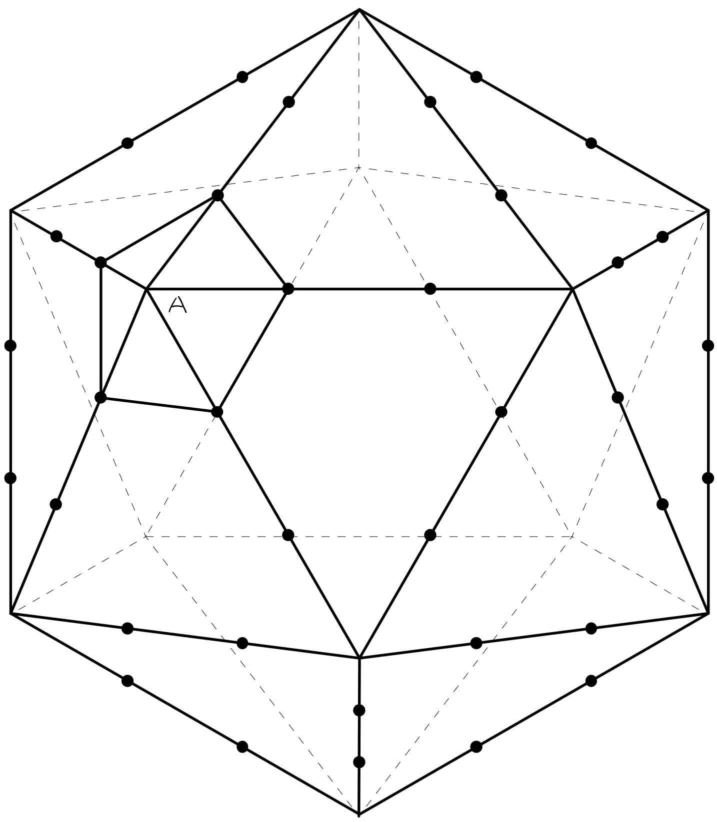


上の図のように、立方体から取り出した切頂八面体を8等分します。それらを並べかえると、もとの立方体の高さを$\frac{1}{2}$にした直方体になります。つまり、切頂八面体の体積はもとの立方体の体積の$\frac{1}{2}$であることが分かります。



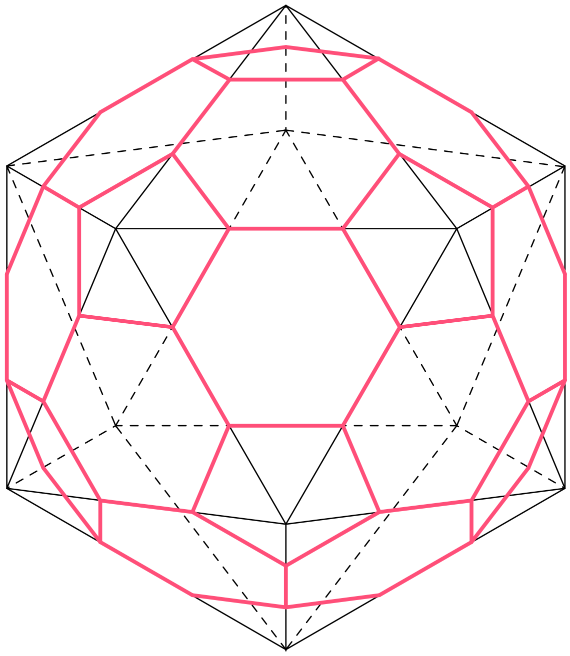
また、切頂八面体は、上の図のように、すき間なく、規則正しく並べることで、空間をしきつめることができます。

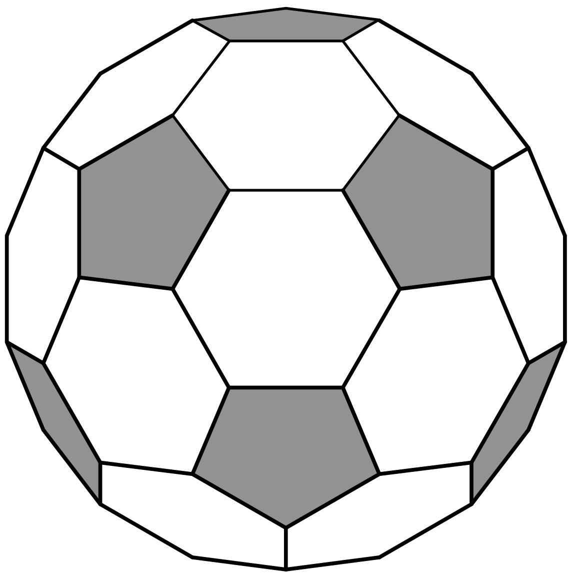
**17** 図のような、20 個の面がすべて正三角形でできた正二十面体があります。● は辺の３等分点です。いま、頂点Ａに最も近い５個の ● を通る平面で、頂点Ａを切り落とします。同様にして、他の頂点もすべて切り落とし、最後に残った立体をＰとします。



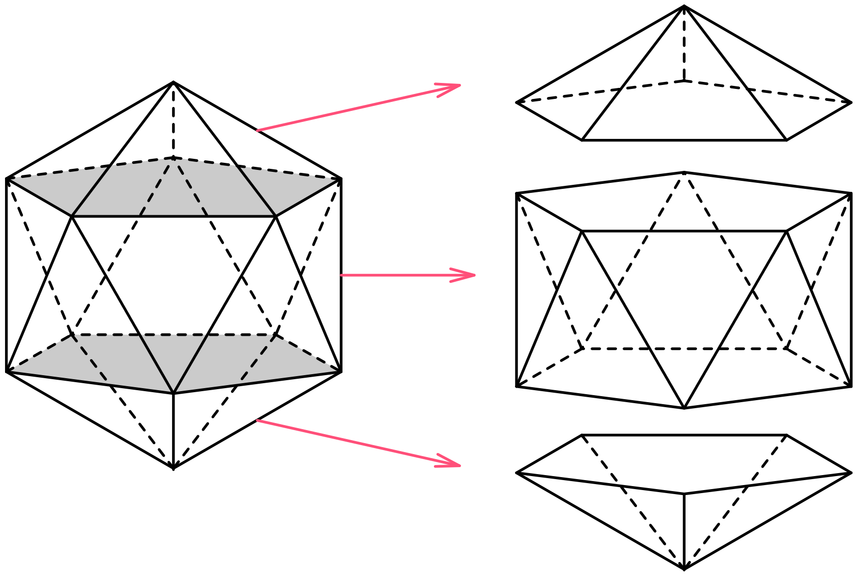

(1)　正二十面体の頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

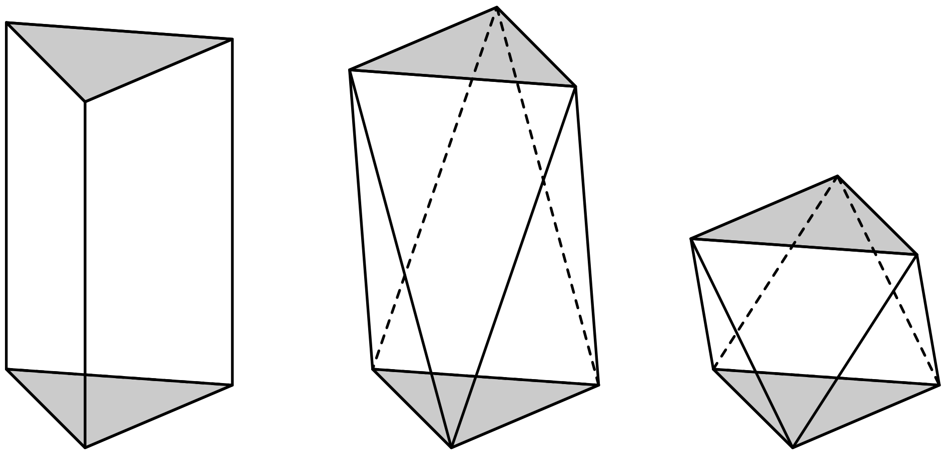
(2)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。





正二十面体の各頂点を、各辺の３等分点のうち頂点に近い方の点を結んで落とすと「切頂二十面体」ができます。いわゆるサッカーボールのかたちです。



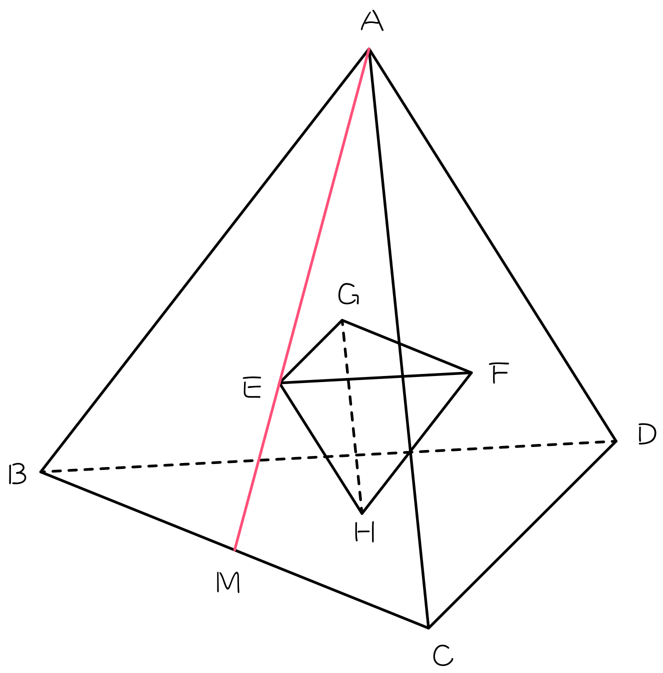



三角柱　　反三角柱　　正反三角柱
＝正八面体

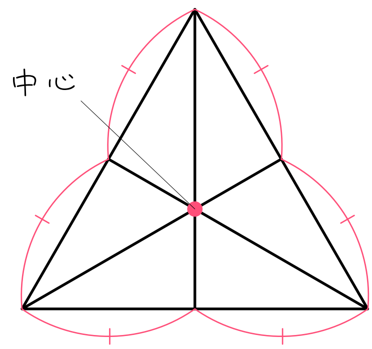
正二十面体を、色のついた面（正五角形になります）で３つの部分に分けます。中央の立体は、上下の面が平行で合同な正五角形ですが、向きが反対です。五角柱がねじれたような形になっています。このような立体を、「反五角柱」といいます。正八面体は、正反三角柱でもあります。

## ステップ４　正多面体の包含関係②

**18**☆　図１のように、正四面体ＡＢＣＤの４つの面の中心を結んで、正四面体ＥＦＧＨをつくります。正三角形の中心は図２のように作図して求めることができます。




【図１】

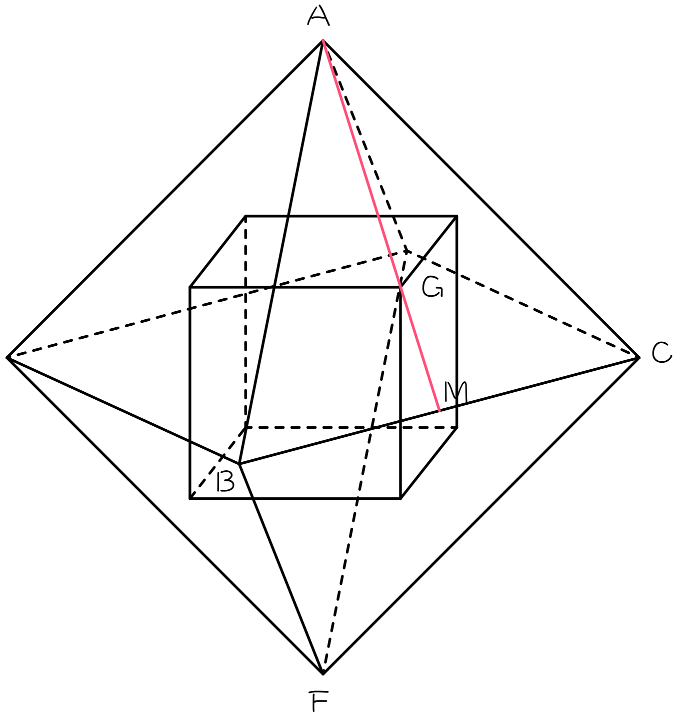



【図２】

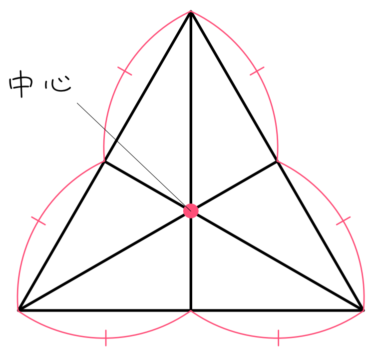
(1)　図２を参考にして、ＡＥ：ＥＭを求めなさい。

(2)　正四面体ＥＦＧＨの体積は、正四面体ＡＢＣＤの体積の何倍ですか。

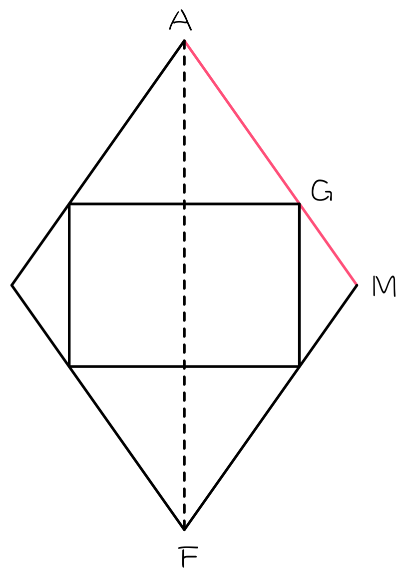
19☆☆　図１のように、正八面体の８つの面の中心を結んで、立方体をつくります。各面の中心は、図２のように作図して求めることができます。図３は、この正八面体を３点ＡＭＦを通る平面で切ったときの切り口を表しています。




【図１】




【図２】




【図３】

(1)　図２を参考にして、ＡＧ：ＧＭを求めなさい。

(2)　図３を参考にして、ＡＦの長さと、立方体の１辺の長さの比を求めなさい。

(3)　正八面体と立方体の体積の比を求めなさい。

■ 解答 ■

$\boxed{1}$ (1) 4、正四面体、4、6、4
(2) 6、立方体、正六面体、8、12、6
(3) 8、正八面体、6、12、8

$\boxed{2}$ (1) 正十二面体 (2) 30 (3) 20

$\boxed{3}$ (1) 正二十面体 (2) 30 (3) 12

$\boxed{4}$ 正四面体

$\boxed{5}$ 正八面体、$\frac{1}{6}$

$\boxed{6}$ 立方体（正六面体）

$\boxed{7}$ (1) 正八面体 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$

$\boxed{8}$ (1) 4、1 (2) 1：4

$\boxed{9}$ (1) 正四面体 (2) $\frac{1}{3}$
(3) 正八面体 (4) 6：2：1

$\boxed{10}$ (1) 4、1 (2) 1：2

$\boxed{11}$ (1) 12、24、14 (2) $\frac{5}{6}$

$\boxed{12}$ (1) 12、24、14 (2) $\frac{5}{8}$

$\boxed{13}$ (1) 6：8：5

$\boxed{14}$ (1) 12、18、8 (2) $\frac{23}{27}$ (3) $\frac{7}{9}$

$\boxed{15}$ (1) 12、18、8 (2) 1：7
(3) 1：23

$\boxed{16}$ (1) 24、36、14 (2) $\frac{8}{9}$

$\boxed{17}$ 60、90、32

$\boxed{18}$ (1) 2：1 (2) $\frac{1}{27}$

$\boxed{19}$ (1) 2：1 (2) 3：1 (3) 9：2

■　解説　■

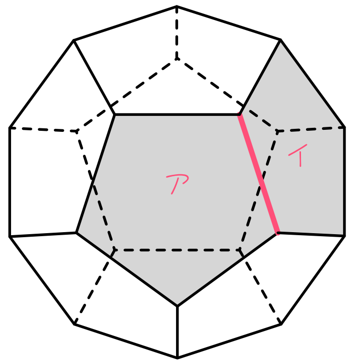
2　(2)・正五角形 12 個分の辺の数は、

　　5 ×12＝60(本)

・しかし、この数え方では、例えば右の図の赤い辺を、アの面の時とイの面の時の２回数えることになる。

・つまり、すべての辺を２回数えることになるので、本当の数は、

　　60÷２＝30(本)



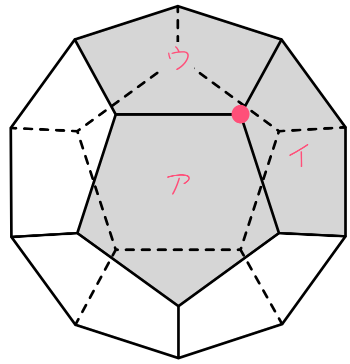

(3)・正五角形 12 個分の頂点の数は、

　　5 ×12＝60(個) とする。

・しかしこの数え方では、例えば右の図の赤い頂点を、アの面の時、イの面の時、ウの面の時の、合計３回数えることになる。

・つまり、すべての頂点を３回数えることになるので、本当の数は、

　　60÷３＝20(個)



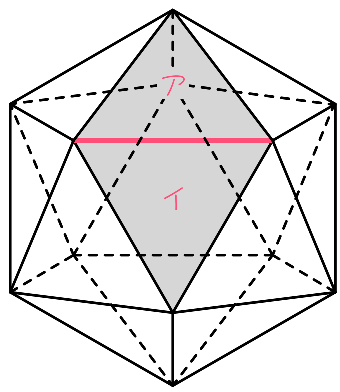

3　(2)・正三角形 20 個分の辺の数は、

　　３×20＝60(本)

・しかしこの数え方では、例えば右の図の赤い辺を、アの面の時とイの面の時の２回数えることになる。

・つまり、１つの辺を２回数えることになるので、本当の数は、

　　60÷２＝30(本)



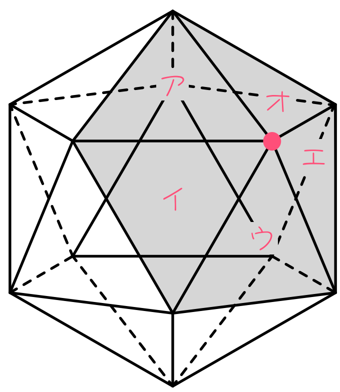

(3)・正三角形 20 個分の頂点の数は、

　　３×20＝60(個)

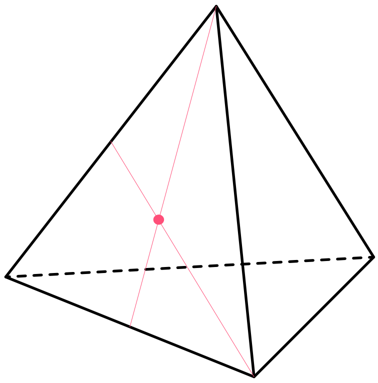
・しかしこの数え方では、例えば右の図の赤い頂点を、ア～オの面の時の、合計５回数えることになる。

・つまり、すべての頂点を５回数えることになるので、本当の数は、

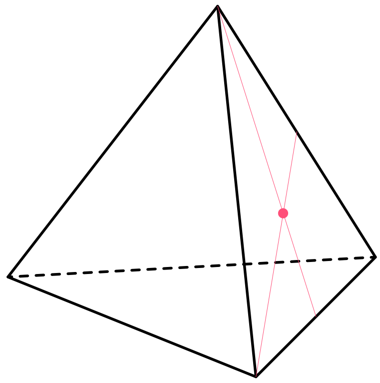
　　60÷５＝12(個)



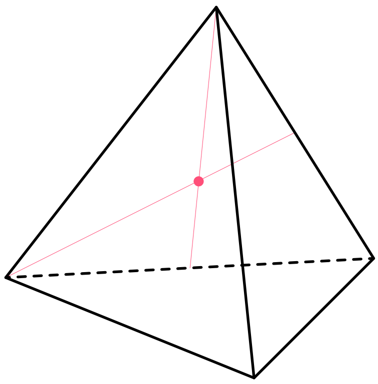
4



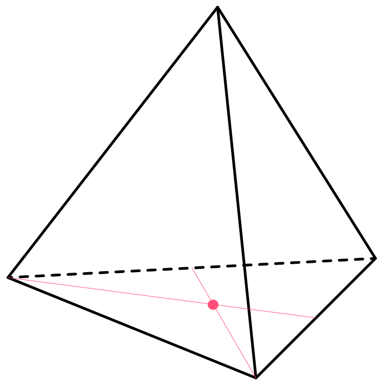
左の面の中心



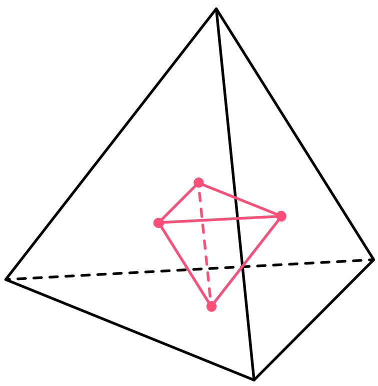
右の面の中心



奥の面の中心

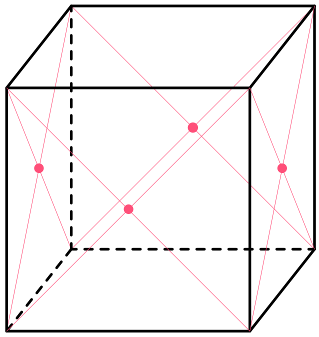


下の面の中心

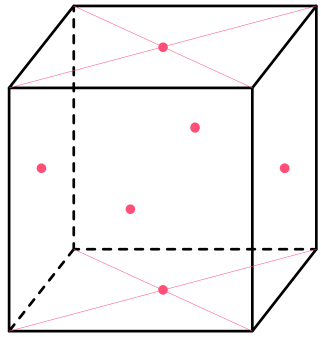


4点を結ぶ。完成。

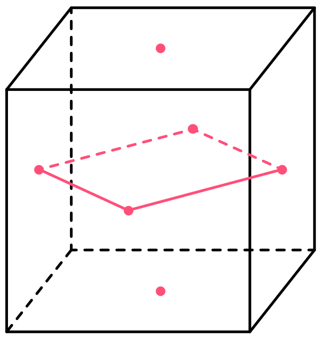
5



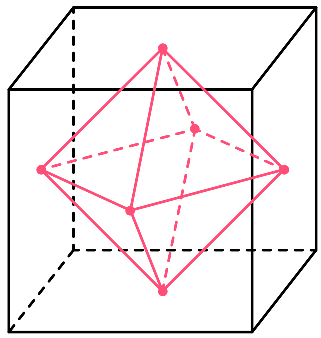
側面の４面の中心



上下の２面の中心



側面の中心を結ぶ。



上下の面の中心と結んで
完成。正八面体。

- 正八面体の体積は、右図のように上下に分けて考えると、四角すい２個分の体積となる。
- 立方体の１辺の長さを１とする。
- 四角すいの底面は、上から見た図で考えると、対角線の長さが１の正方形。
- よって、四角すい１個分の体積は、

  $1\times1\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

- よって、正八面体の体積は、

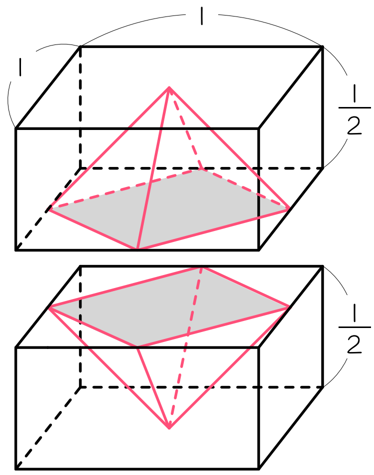
  $\frac{1}{12}\times2=\frac{1}{6}$

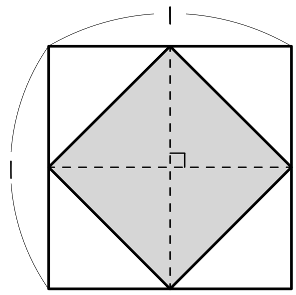
- 立方体の体積は、

  $1\times1\times1=1$

- よって、正八面体の体積は立方体の体積の、

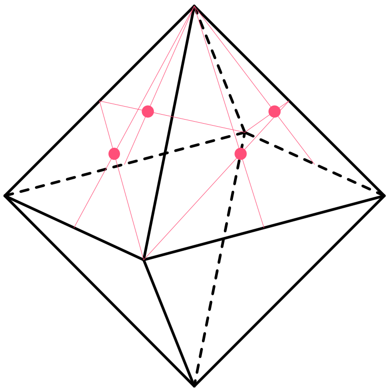
  $\frac{1}{6}\div1=\underline{\frac{1}{6}\ (倍)}$



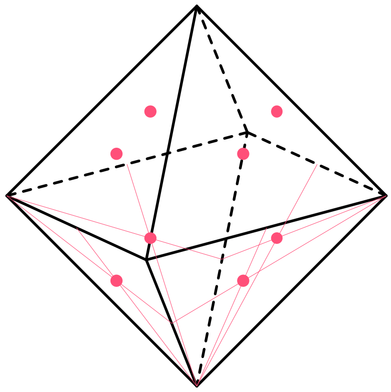




上から見た図

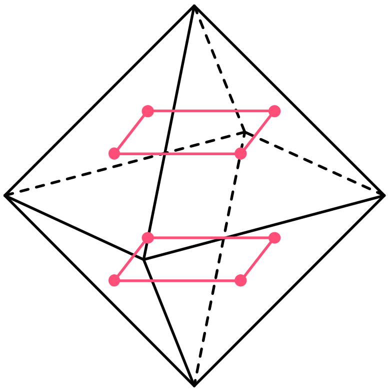
6



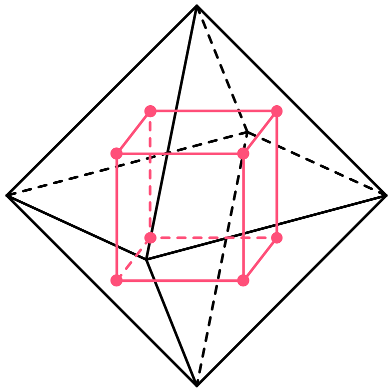
上の４面の中心



下の４面の中心

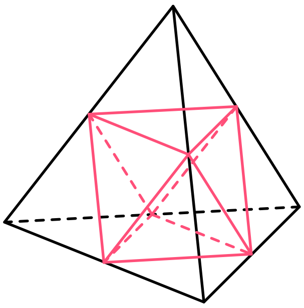


上の４点を結ぶ。
下の４点を結ぶ。

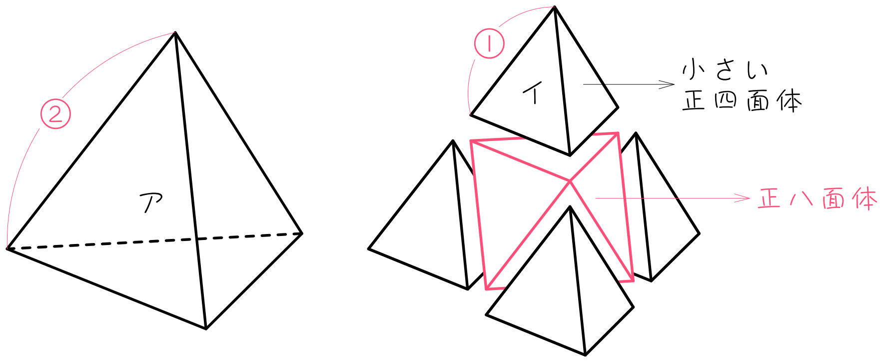


上下を結んで完成。
立方体。

7 (1) 右の図より、<u>正八面体</u>



(2)




大きい正四面体

・正八面体の体積＝大きい正四面体の体積－小さい正四面体の体積×4
・小さい正四面体と大きい正四面体の体積比は、

　$1\times1\times1：2\times2\times2=1：8$

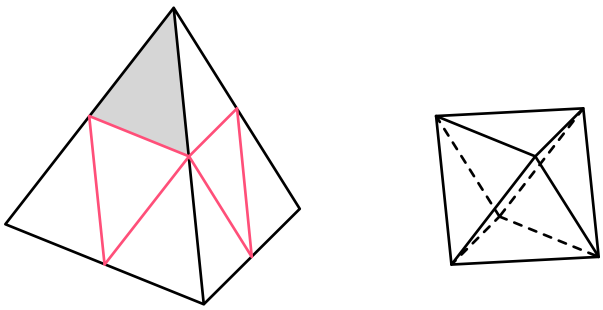
・小さい正四面体の体積を1、大きい正四面体の体積を8とすると、
　正八面体の体積は、

　$8-1\times4=4$

・よって、正八面体の体積は、大きい正四面体の体積の、

　$4\div8=\underline{\frac{1}{2}(倍)}$

(3)



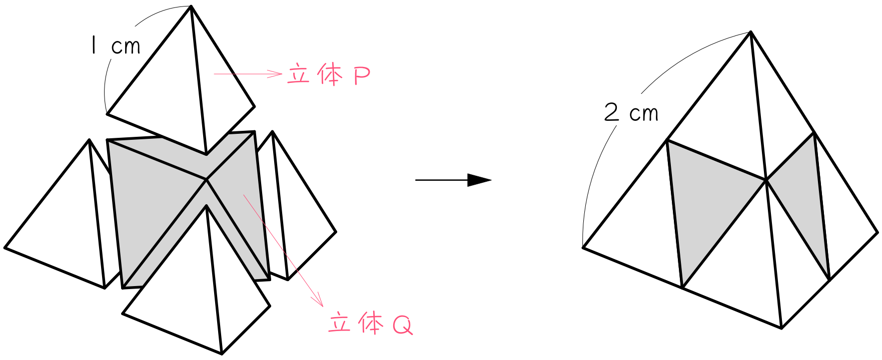
正四面体　　　正八面体

・正四面体の表面積は、色のついた正三角形、$4\times4=16$(個分)。
・正八面体の表面積は、色のついた正三角形8個分。
・よって、正八面体の表面積は、正四面体の表面積の、

　$8\div16=\underline{\frac{1}{2}(倍)}$

8 (1)・立体Pは正四面体、立体Qは正八面体。

・下の図のように、立体P4個と立体Q1個を組み合わせると、1辺2cmの正四面体ができる。




(2)・1辺1cmの正四面体と1辺2cmの正四面体の体積比は、

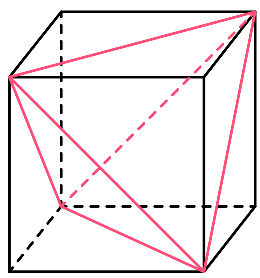
$1\times1\times1:2\times2\times2=1:8$

・1辺1cmの正四面体の体積を1、1辺2cmの正四面体の体積を8とすると、1辺1cmの正八面体の体積は、

$8-1\times4=4$

・よって、1辺1cmの正四面体の体積：正八面体の体積＝1：4

9 (1) 右の図より、正四面体



(2)・立方体から、三角すいを4個引けばよい。

・立方体の1辺の長さを1とする。

・立方体の体積は、

$1\times1\times1=1$

・三角すい1個分の体積は、

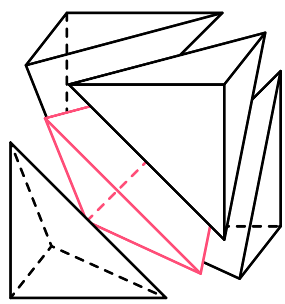
$1\times1\times\frac{1}{2}\times1\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$

・正四面体の体積は、

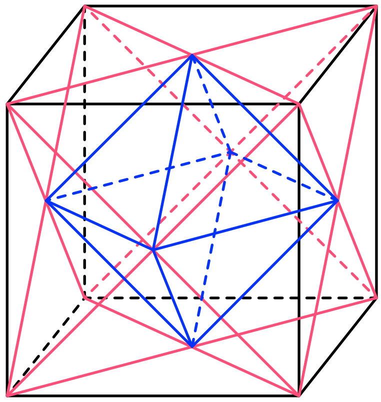
$1-\frac{1}{6}\times4=\frac{1}{3}$

・よって、正四面体の体積は立方体の体積の

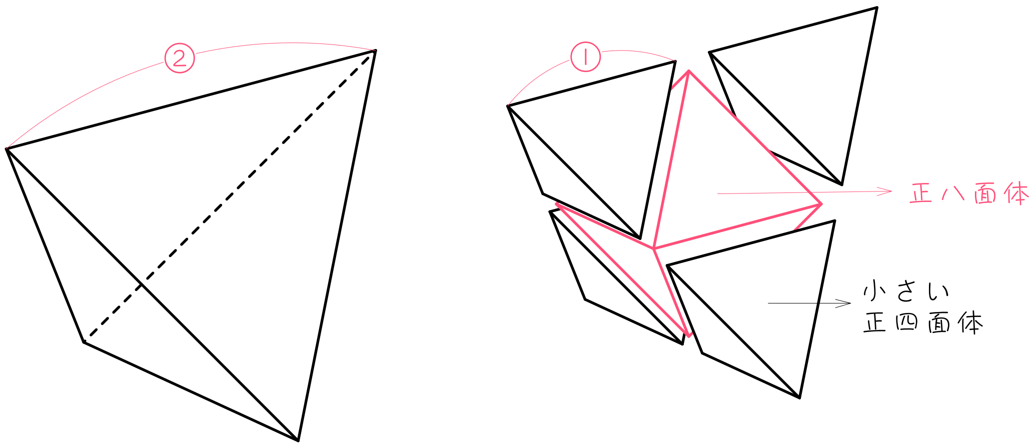
$\frac{1}{3}\div1=\frac{1}{3}$（倍）



(3)　右の図より、正八面体



(4)




大きい正四面体

・正八面体の体積は＝大きい正四面体－小さい正四面体×４

・小さい正四面体の体積と大きい正四面体の体積比は、

　　１×１×１：２×２×２＝１：８

・小さい正四面体の体積を１、大きい正四面体の体積を８とすると、

　正八面体の体積は、

　　８－１×４＝４

・よって、大きい正四面体の体積と正八面体の体積比は、

　　８：４＝２：１

・(1)より、立方体の体積と正四面体の体積比は３：１

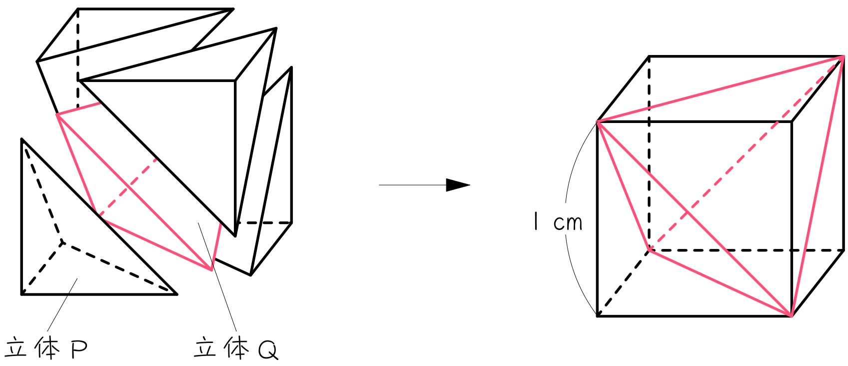
・以上より、連比をとる

| 立方体 | | 正四面体 | | 正八面体 |
|---|---|---|---|---|
| 3 | : | 1 | | |
| | | 2 | : | 1 |
| 6 | : | 2 | : | 1 |

・よって、６：２：１

$\boxed{10}$ (1)・立体Qは正四面体。

・下図のように、立体Pを<u>4個</u>、立体Qを<u>1個</u>組み合わせると立方体になる。




(2)・立方体の体積は、

$1 \times 1 \times 1 = 1$ (cm³)

・立体P 1個分の体積は、

$1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$(cm³)

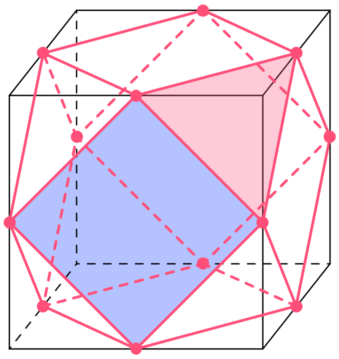
・正四面体の体積は、

$1 - \frac{1}{6} \times 4 = \frac{1}{3}$(cm³)

・よって、立体Pと立体Qの体積の比は、

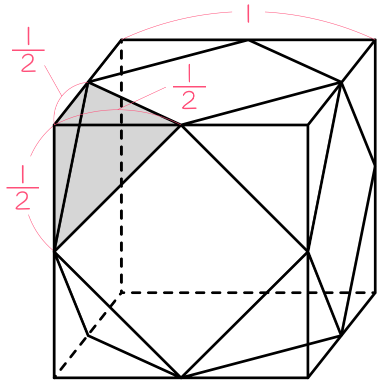
$\frac{1}{6} : \frac{1}{3} = \underline{1 : 2}$

11 (1)・立体Pは、右の図の赤い立体。

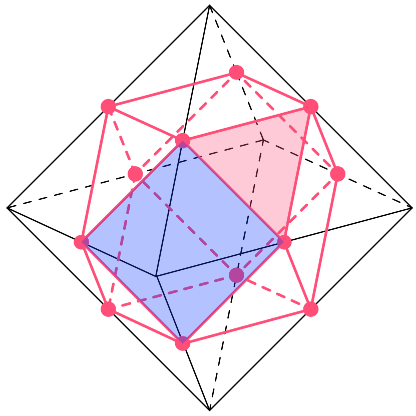


・立体Pの頂点は、
もとの立方体の辺に1個ずつあるから、
もとの立方体の辺の数と等しく <u>12個</u>。
・立体Pの辺は、赤い正三角形8個分の
辺の数にちょうど等しくなるから、　もとの立方体の頂点の数
$3 \times 8 =$ <u>24(本)</u>
または、青い正方形6個分の辺の数に
ちょうど等しくなるから、　もとの立方体の面の数
$4 \times 6 =$ <u>24(本)</u>
・面の数は、赤い正三角形が8面、赤い正方形が6面あるから、
$8 + 6 =$ <u>14(面)</u>

(2)・立体Pの体積
＝立方体の体積－色のついた三角すいの体積×8
・立方体の1辺を1とする。
・立方体の体積は、
$1 \times 1 \times 1 = 1$
・色のついた三角すい1個の体積は、
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{48}$
・立体Pの体積は、
$1 - \frac{1}{48} \times 8 = \frac{5}{6}$
・よって、立体Pの体積は立方体の体積の、
$\frac{5}{6} \div 1 =$ <u>$\frac{5}{6}$(倍)</u>



12 (1)・立体Pは、右の図の赤い立体。



・立体Pの頂点は、もとの正八面体の辺に1個ずつあるから、立体Pの頂点の数は正八面体の辺の数と等しく、12個。

・立体Pの辺の数は、赤い正三角形8個分の辺の数にちょうど等しくなるから、

もとの正八面体の面の数

　$3 \times 8 = 24$(本)

または、赤い正方形6個分の辺の数にちょうど等しくなるから、

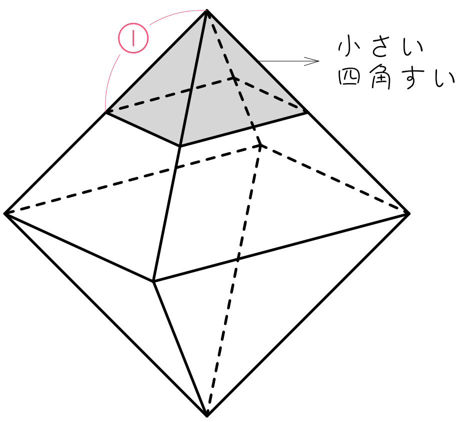
もとの正八面体の頂点の数

　$4 \times 6 = 24$(本)

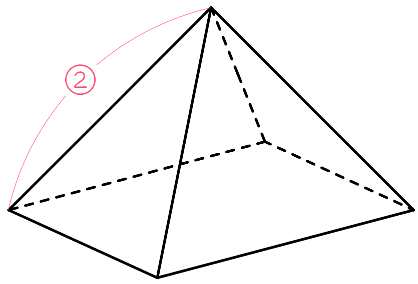
・立体Pの面の数は、赤い正三角形が8面、赤い正方形が6面あるから、

　$8 + 6 = 14$(面)

(2)




正八面体




大きい四角すい

・立体Pの体積＝正八面体の体積－小さい四角すいの体積×6

・上の図のように、正八面体を半分にした、大きい四角すいを考える。

・小さい四角すいと大きい四角すいの体積比は、

　$1 \times 1 \times 1 : 2 \times 2 \times 2 = 1 : 8$

・小さい四角すいの体積を1、大きい四角すいの体積を8とすると、正八面体の体積は、

　$8 \times 2 = 16$

立体Pの体積は、

　$16 - 1 \times 6 = 10$

・よって、立体Pの体積は正八面体の体積の、

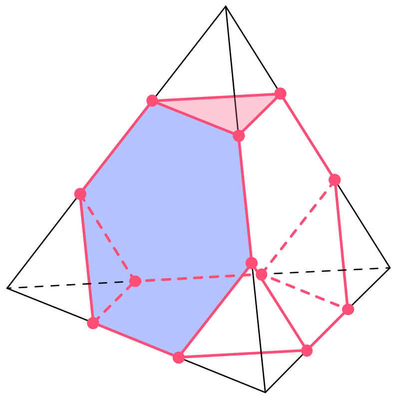
　$10 \div 16 = \frac{5}{8}$(倍)

$\boxed{13}$ ・$\boxed{11}$(2)より、立方体と立体Ｐの体積比は、$1:\frac{5}{6}=6:5$

・$\boxed{12}$(2)より、正八面体と立体Ｐの体積比は、$1:\frac{5}{8}=8:5$

・よって、立方体と正八面体と立体Ｐの体積の比は、$\underline{6:8:5}$

$\boxed{14}$ (1)・立体Ｐは、右の図の赤い立体。



・立体Ｐの頂点の数は、赤い正三角形$\underline{4}$個分の頂点の数にちょうど等しくなるから、 もとの正四面体の頂点の数

$3\times4=\underline{12(個)}$

・立体Ｐの辺の数は、赤い正三角形$\underline{4}$個分の辺の数＋もとの正四面体の辺の数だから、 もとの正四面体の頂点の数

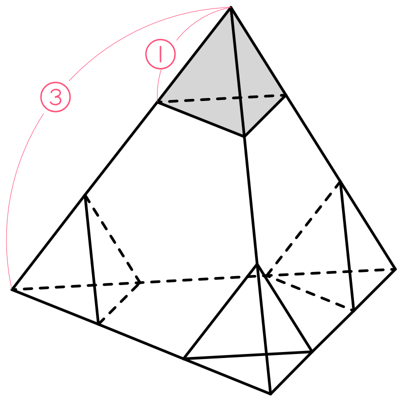
$3\times4+6=\underline{18(本)}$

・立体Ｐの面の数は、赤い正三角形が４面、青い正六角形が４面あるから、

$4+4=\underline{8(面)}$

(2)・立体Ｐの体積＝大きい正四面体の体積

－小さい正四面体の体積×４




・小さい正四面体と大きい正四面体の体積比は、

$1\times1\times1:3\times3\times3=1:27$

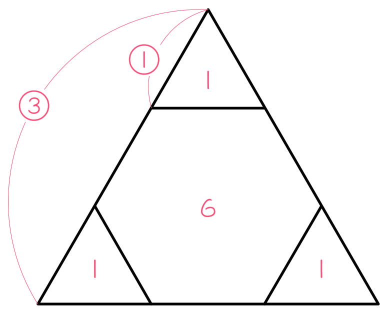
・小さい正四面体の体積を１、大きい正四面体の体積を27とすると、立体Ｐの体積は、

$27-1\times4=23$

・よって、立体Ｐの体積は正四面体の体積の、

$23\div27=\underline{\frac{23}{27}(倍)}$

(3)・右の図の小さい正三角形と大きい正三角形の面積比は、$1\times1:3\times3=1:9$




・小さい正三角形の面積を１、大きい正三角形の面積を９とすると、正六角形の面積は、

$9-1\times3=6$

・立体Ｐの表面積は、

$1\times4+6\times4=28$

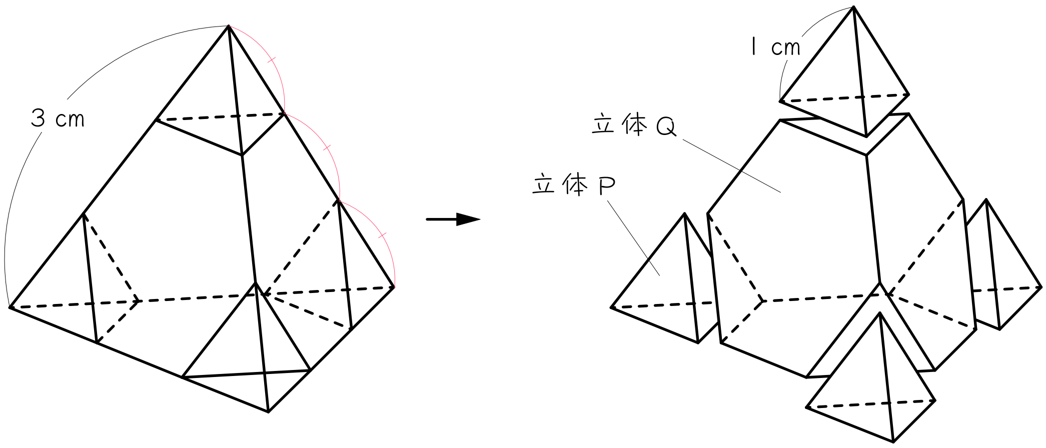
・もとの正四面体の表面積は、

$9\times4=36$

・よって、立体Ｐの表面積は正四面体の表面積の、

$28\div36=\underline{\frac{7}{9}(倍)}$

15 立体Pと立体Qは、1辺3cmの正四面体を 14 の手順で切断してできる立体。




(1)・詳しくは 14 の(1)を参照。

・立体Qの頂点の数は、3×4＝12(個)

・立体Qの辺の数は、3×4＋6＝18(本)

・立体Qの面の数は、4＋4＝8(面)

(2)・右図の1辺1cmの正三角形と1辺3cmの正三角形の面積比は、1×1：3×3＝1：9

・1辺1cmの正三角形の面積を1、1辺3cmの正三角形の面積を9とすると、正六角形の面積は、

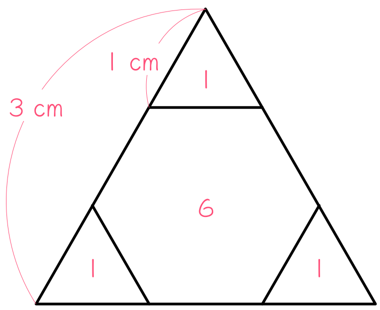
9－1×3＝6

・立体Pの表面積は、1×4＝4

・立体Qの表面積は、1×4＋6×4＝28

・よって、立体Pと立体Qの表面積の比は、

4：28＝1：7



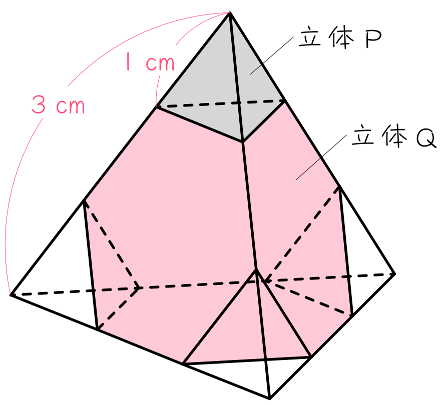

(3)・立体Pの体積と1辺3cmの正四面体の体積比は、

1×1×1：3×3×3＝1：27

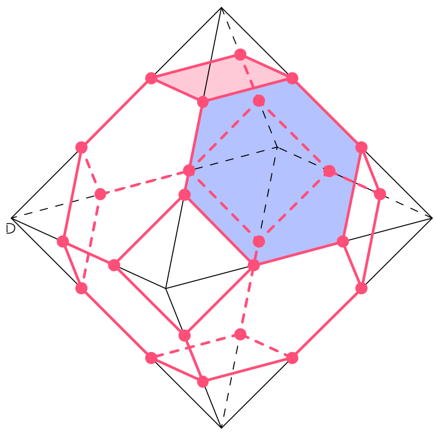
・立体Pの体積を1、1辺3cmの正四面体の体積を27とすると、立体Qの体積は、

27－1×4＝23

・立体Pと立体Qの体積比は、1：23



16　(1)・立体Pは、右の図の赤い立体。



・立体Pの頂点の数は、赤い正方形6個分の頂点の数にちょうど等しくなるから、

もとの正八面体の頂点の数

　$4 \times 6 = \underline{24(個)}$

・立体Pの辺の数は、赤い正方形6個分の辺の数＋もとの正八面体の辺の数だから、

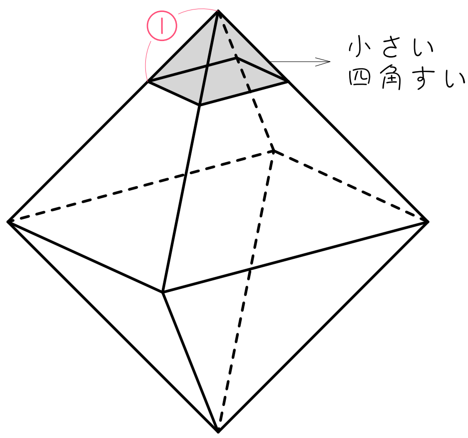
もとの正八面体の頂点の数

　$4 \times 6 + 12 = \underline{36(本)}$

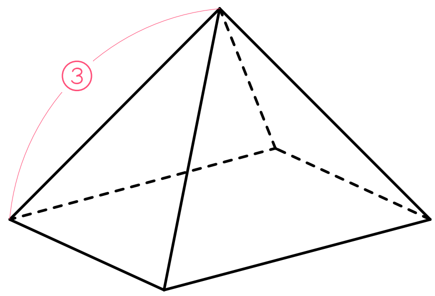
・立体Pの面の数は、赤い正方形が6面、青い正六角形が8面あるから、$6 + 8 = \underline{14(面)}$

もとの正八面体の面の数

(2)




正八面体




大きい四角すい

・立体Pの体積＝正八面体の体積－小さい四角すいの体積×6

・上の図のように、正八面体を半分にした、大きい四角すいを考える。

・小さい四角すいと大きい四角すいの体積比は、

　$1 \times 1 \times 1 : 3 \times 3 \times 3 = 1 : 27$

・小さい四角すいの体積を1、大きい四角すいの体積を27とすると、

正八面体の体積は、

　$27 \times 2 = 54$

立体Pの体積は、

　$54 - 1 \times 6 = 48$

・よって、立体Pの体積は正八面体の体積の、

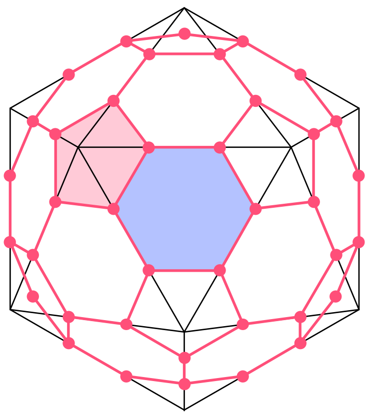
　$48 \div 54 = \underline{\frac{8}{9}(倍)}$

17 (1)・詳しい解説は$\boxed{3}$を参照。

・頂点の数は、 3 ×20÷ 5 ＝12(個)

・辺の数は、 3 ×20÷ 2 ＝30(本)

・面の数は、 20 面



(2)・立体Ｐは、右の図の赤い立体。

・立体Ｐの頂点の数は、赤い正五角形 12 個分の頂点の数にちょうど等しくなるから、

もとの正二十面体の頂点の数

5 × 12＝60(個)

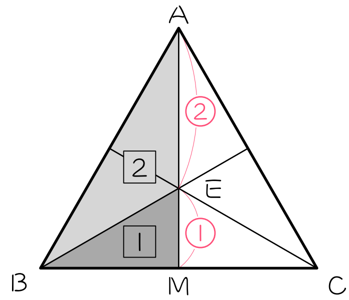
・立体Ｐの辺の数は、赤い正五角形 12 個分の辺の数＋もとの正二十面体の辺の数だから、

5 × 12＋30＝90(本)

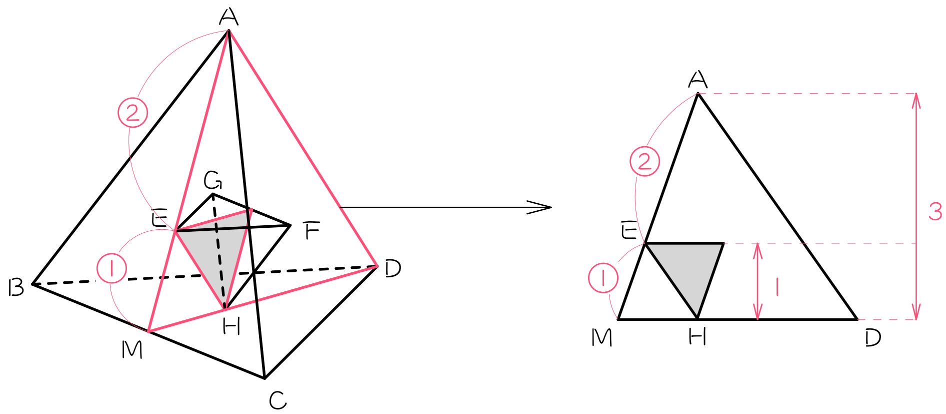
・立体Ｐの面の数は、赤い正五角形が 12 面、青い正六角形が 20 面あるから、 12＋20＝32(面)

もとの正二十面体の面の数

18 (1) ＡＥ：ＥＭは三角形ＡＢＥと三角形ＥＢＭの面積の比に等しいから、右の図より、 2 ： 1




(2)




・ＡＥ：ＥＭ＝２：１だから、上の図より、大きい正四面体と小さい正四面体の高さの比が、（２＋１）：１＝３：１になることが分かる。

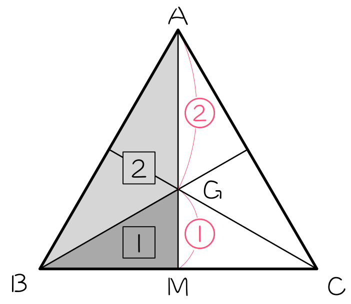
・よって、大きい正四面体と小さい正四面体の体積の比は、

3 × 3 × 3 ： 1 × 1 × 1 ＝27： 1

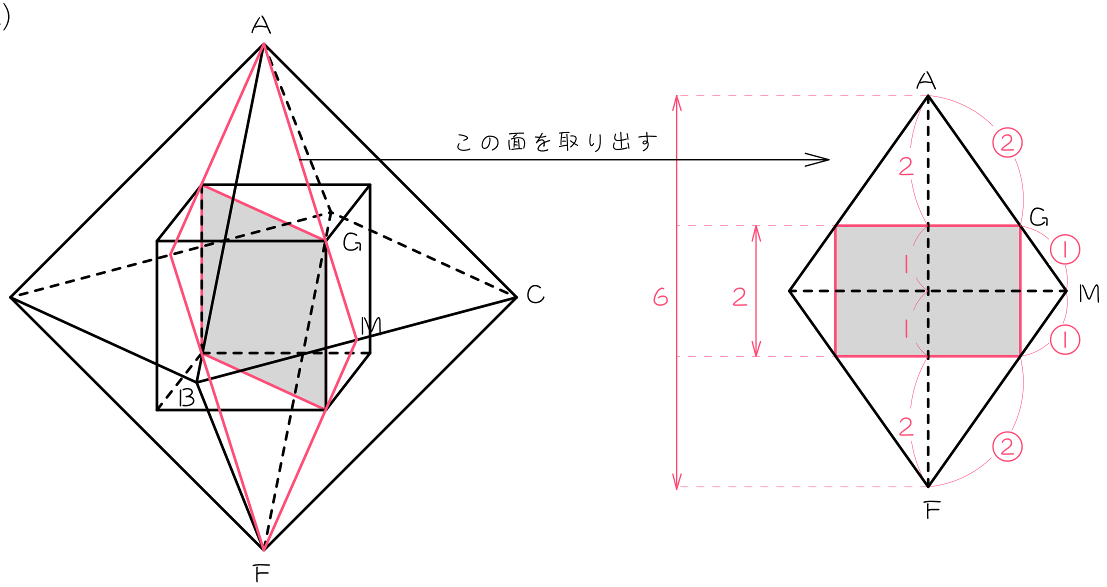
・よって、小さい正四面体の体積は大きい正四面体の体積の、

$1 \div 27 = \dfrac{1}{27}$（倍）

$\boxed{19}$ (1)　ＡＧ：ＧＭは三角形ＡＢＧと三角形ＧＢＭの面積の比に等しいから、右の図より、<u>２：１</u>




(2)




・ＡＧ：ＧＭ＝２：１だから、上の図より、正八面体と立方体の高さの比は、
（２＋１＋１＋２）：（１＋１）＝６：２＝<u>３：１</u>

(3)・(2)より、正八面体の高さを３、
立方体の高さを１とする。

・立方体の体積は、

$1 \times 1 \times 1 = 1$

・正八面体の体積は、

$3 \times 3 \times \frac{1}{2} \times 3 \times \frac{1}{3} = \frac{9}{2}$

・よって、正八面体と立方体の体積の比は、

$\frac{9}{2} : 1 =$ <u>９：２</u>