1　（　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。

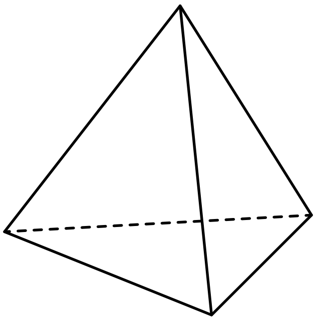


図１

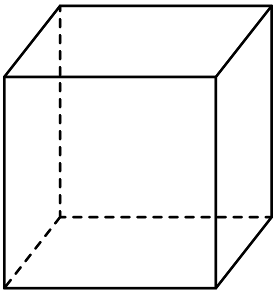


図２

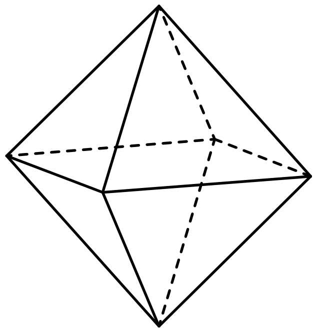


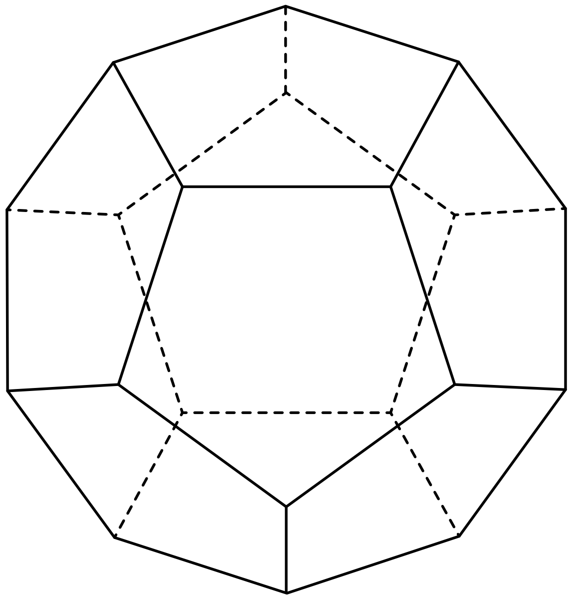
図３

(1)　図１のように（　）つの正三角形でできた立体を、（　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　）個、辺は（　　）本、面は（　　）面あります。

(2)　図２のように（　）つの正方形でできた立体を、（　　　　）または立方体といいます。この立体には、頂点は（　　）個、辺は（　　）本、面は（　　）面あります。

(3)　図３のように（　）つの正三角形でできた立体を、（　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　）個、辺は（　　）本、面は（　　）面あります。

2　（　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。

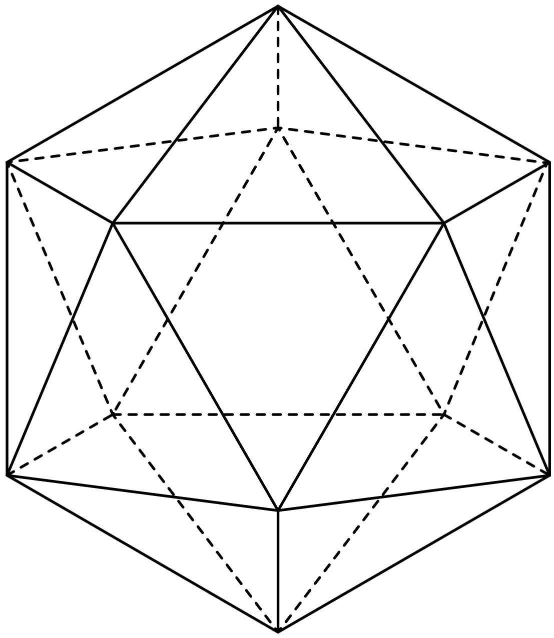


(1)　上の図のように12個の正五角形でできた立体を、(　　　　　　　　　　)といいます。

(2)　この立体の辺の数は（　　　）本です。正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

(3)　この立体の頂点の数は（　　　）個です。正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

3　（　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。



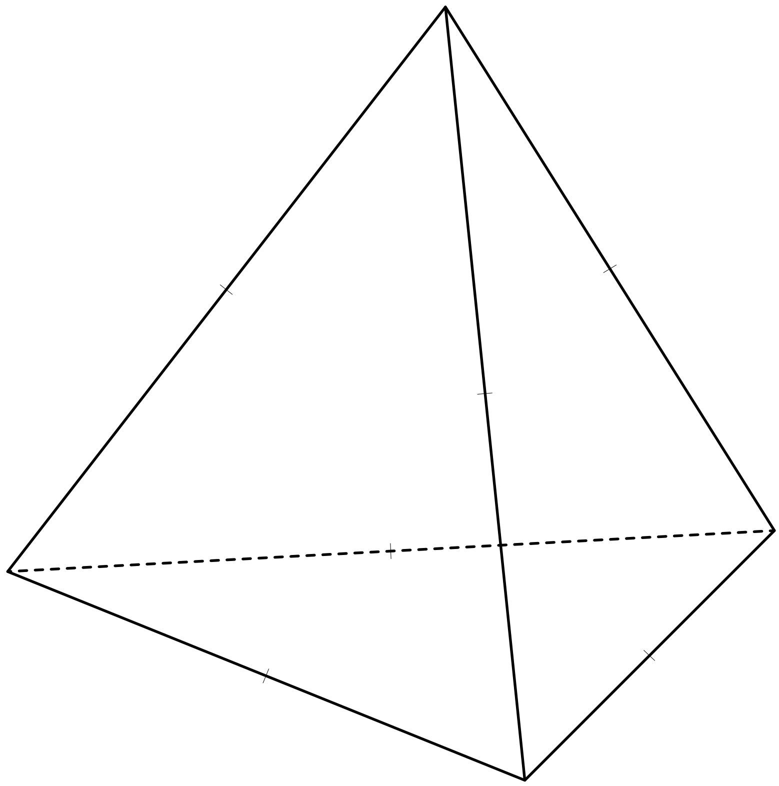
(1)　上の図のように20個の正三角形でできた立体を、(　　　　　　　　　)

といいます。

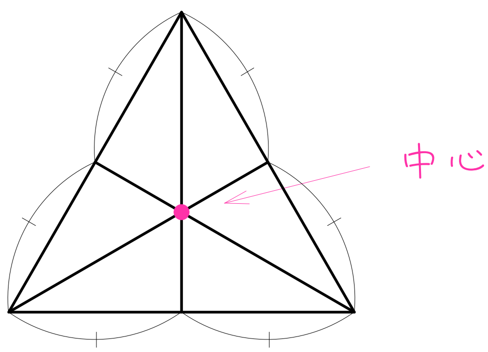
(2)　この立体の辺の数は（　　　）本です。

(3)　この立体の頂点の数は（　　　）個です。

4　図１のような正四面体の４つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。

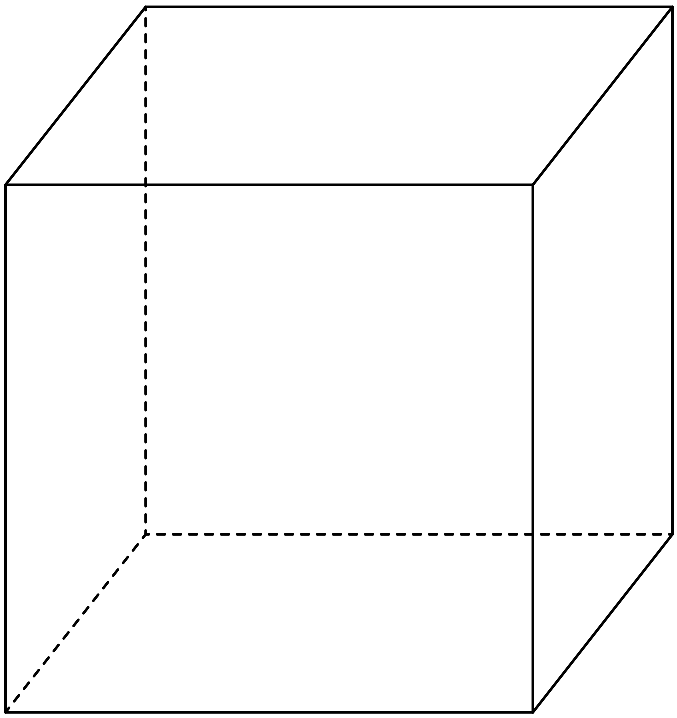


【図１】

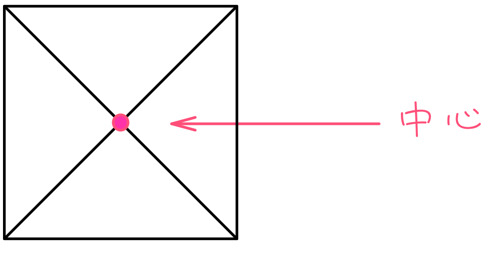



【図２】

5 図１のような正六面体（立方体）の６つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正方形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。また、その立体の体積は、もとの立方体の体積の何倍ですか。

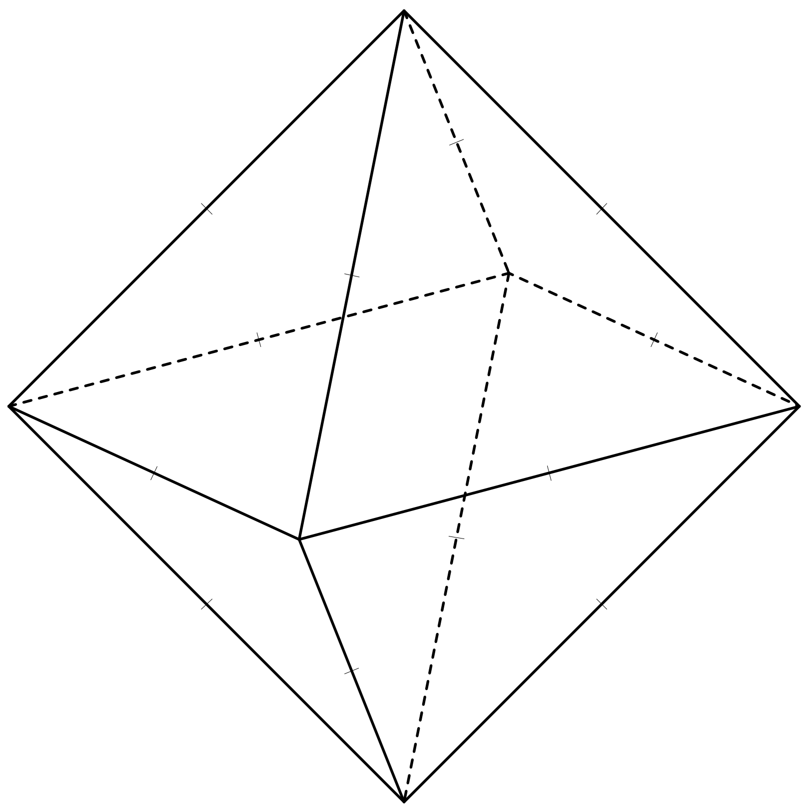


【図１】

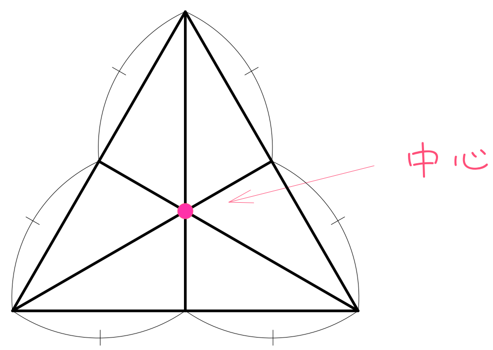



【図２】

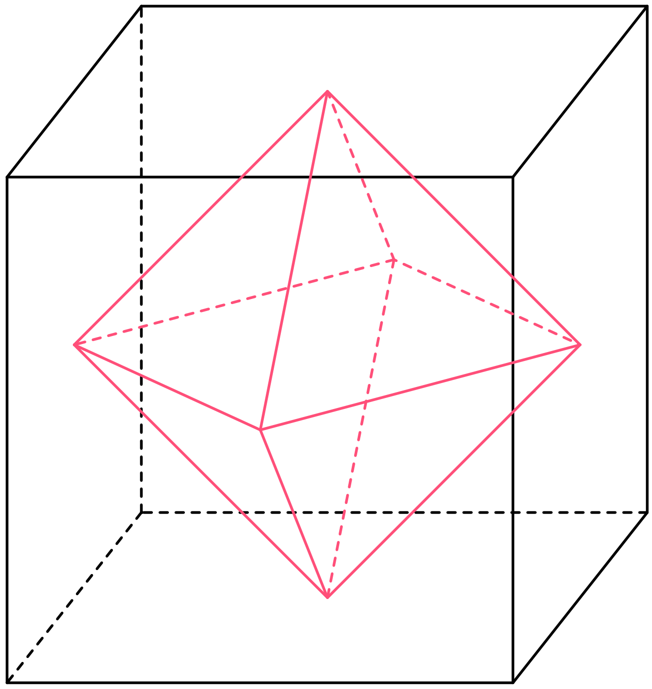
6　図のような正八面体の８つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。

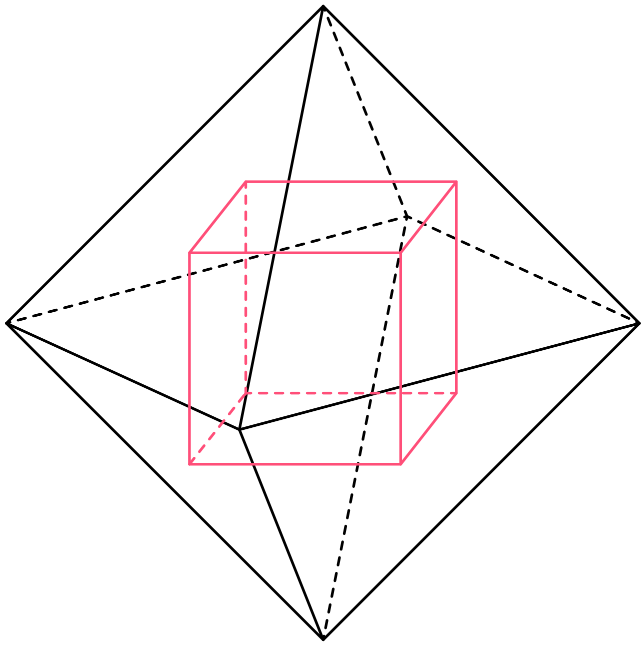


【図１】

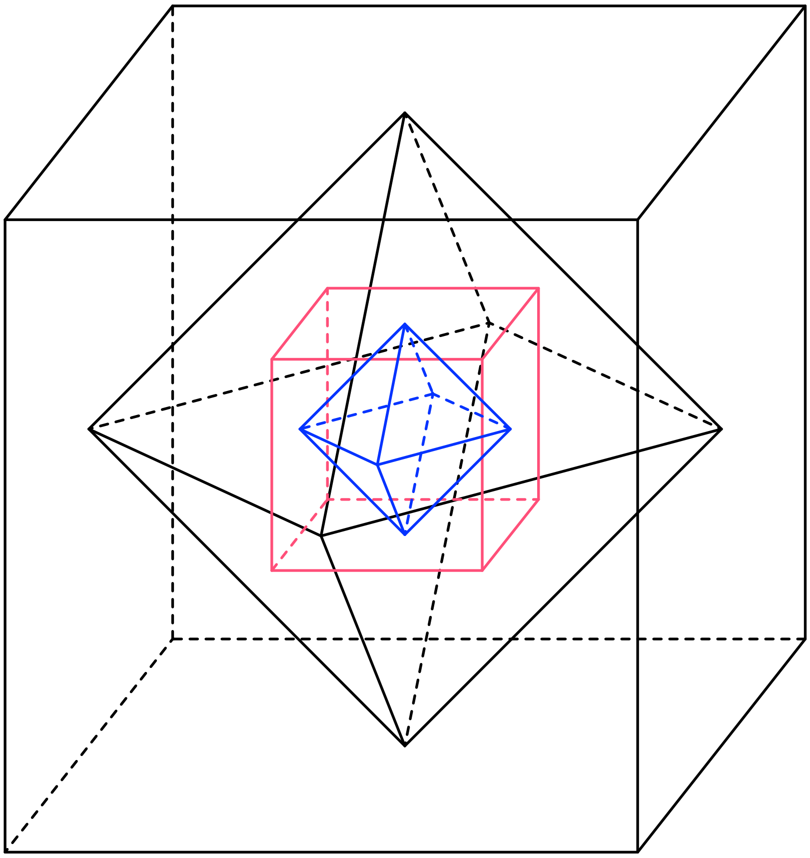



【図２】



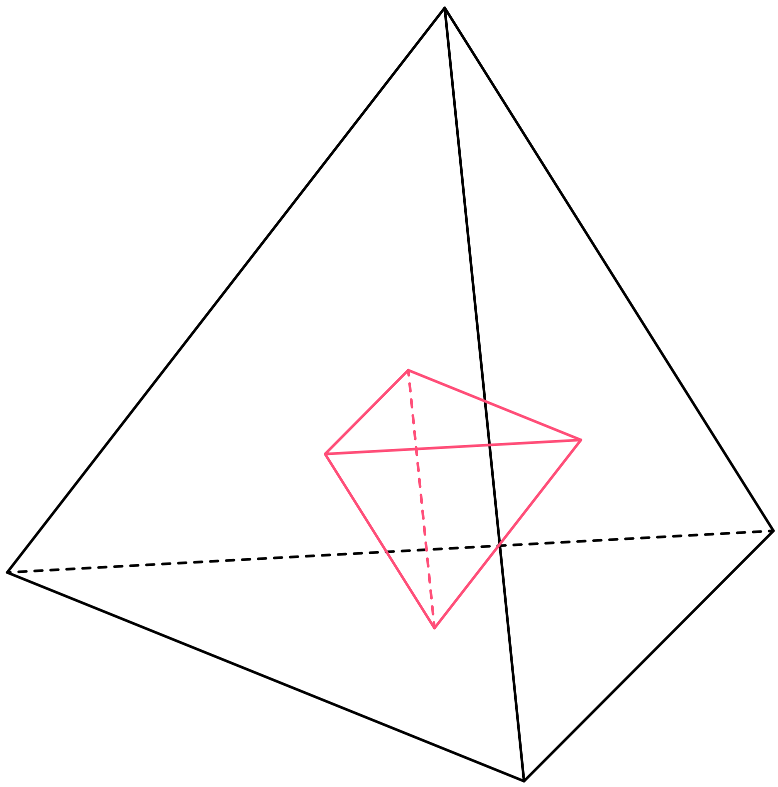


正六面体の各面の中心を結ぶと正八面体ができ、正八面体の各面の中心を結ぶと正六面体ができます。このような関係を、「双対（そうつい）」といいます。

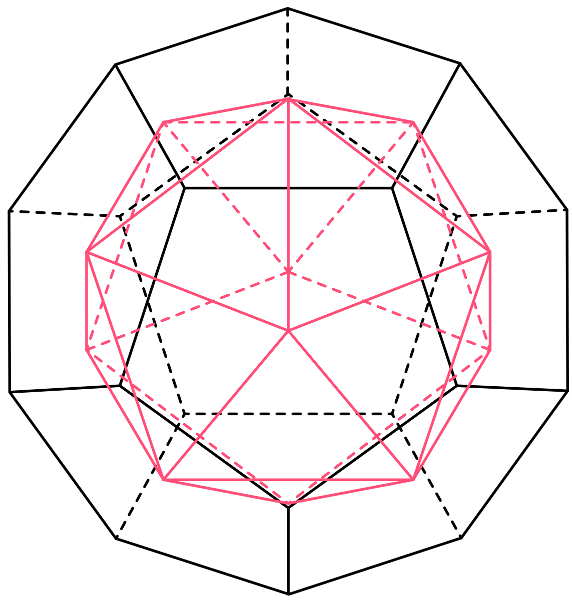


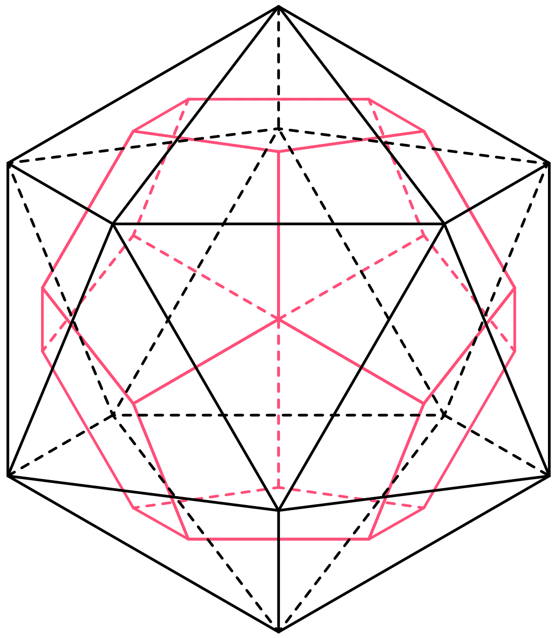
正六面体の中に正八面体、そのなかに正六面体、その中に正八面体、

…と続くわけです。

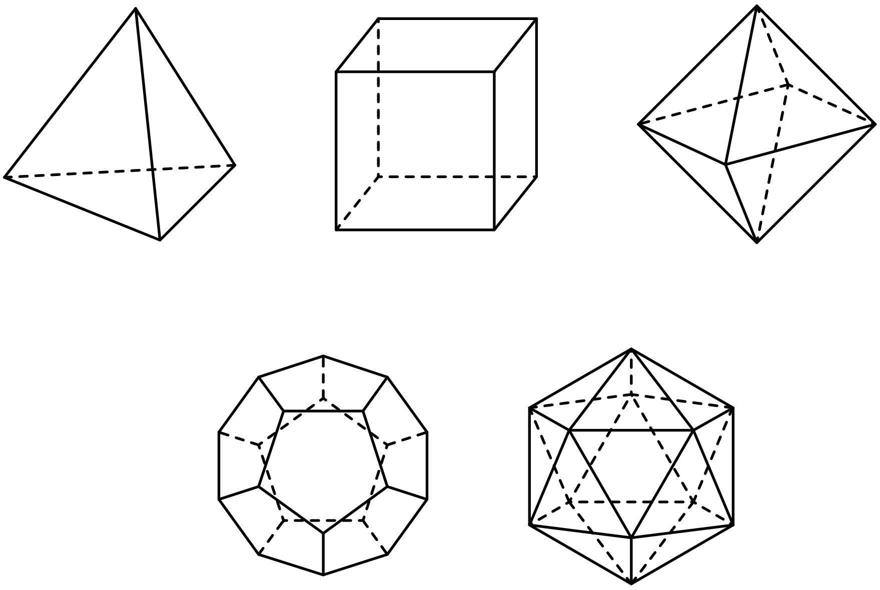


正四面体の各面の中心を結ぶと、また正四面体ができます。正四面体は自分自身と「双対（そうつい）」です。





正十二面体の各面の中心を結ぶと正二十面体、正二十面体の各面の中心を結ぶと正十二面体ができます。正十二面体と正二十面体は「双対」です。



| | 正四面体 | 正六面体 | 正八面体 | 正十二面体 | 正二十面体 |
|---|---|---|---|---|---|
| 頂点の数 | 4 | 8 | 6 | 20 | 12 |
| 辺の数 | 6 | 12 | 12 | 30 | 30 |
| 面の数 | 4 | 6 | 8 | 12 | 20 |

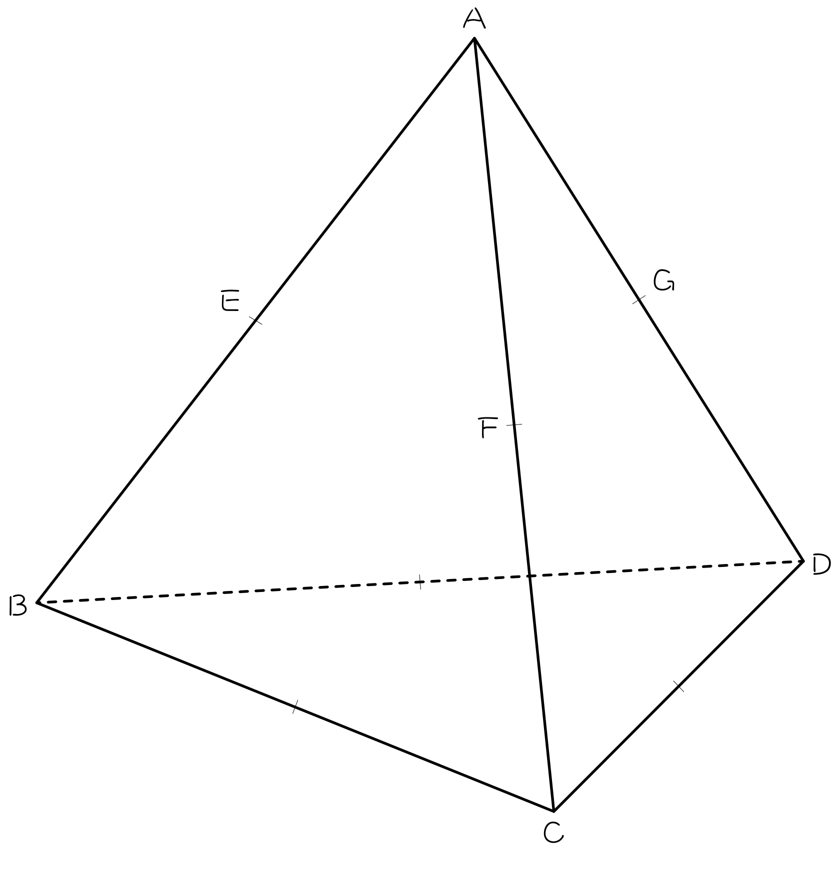
正多面体は上の5種類しかありません。これらを「プラトンの正多面体」と言います。「双対」の関係にある正多面体どうしは、頂点の数と面の数が入れかわっています。

また、穴のあいていない多面体については、

頂点の数 − 辺の数 ＋ 面の数 ＝ 2

が成り立ちます。これを「オイラーの定理」といいます。

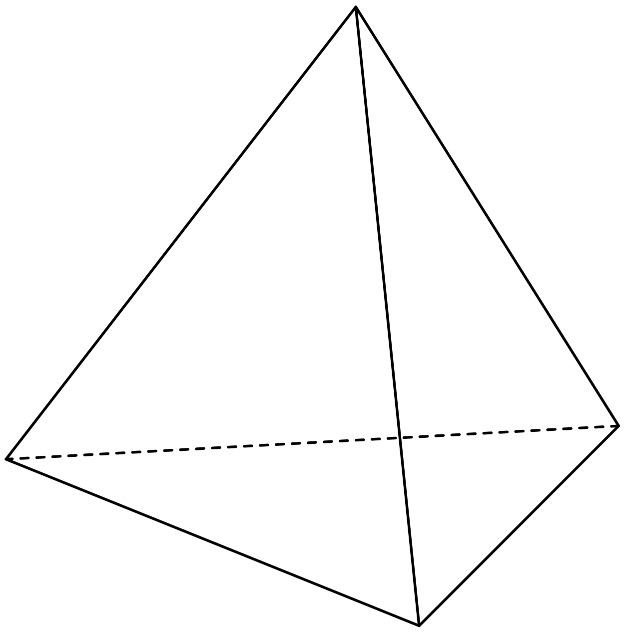
7　図のような４つの面が正三角形でできた正四面体ＡＢＣＤがあります。点Ｅ、Ｆ、Ｇは辺のまん中の点です。いま、１つの頂点に集まる３本の辺のまん中の点を通る平面で、正四面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｅ、Ｆ、Ｇを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とします。

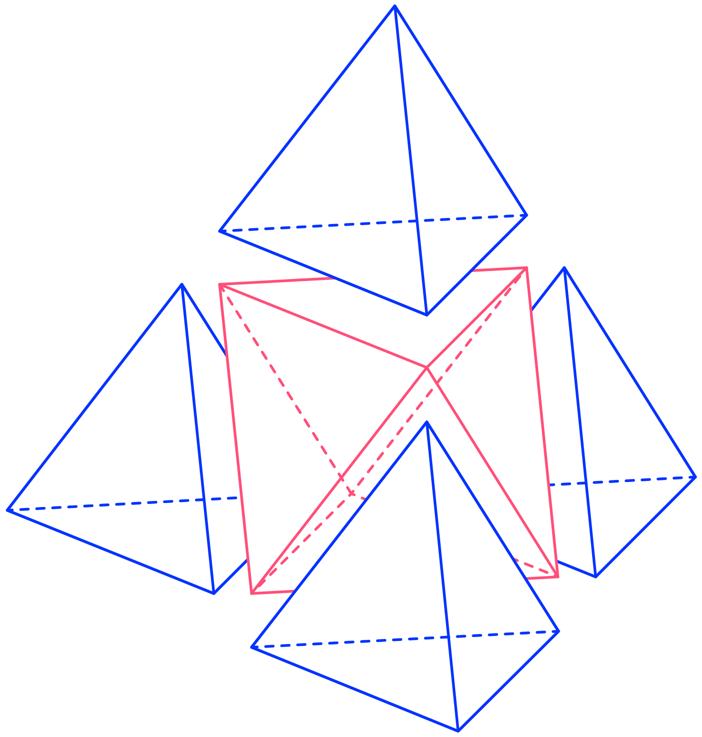



(1)　最後に残った立体は何という立体ですか。

(2)　(1)の立体の体積は、正四面体ＡＢＣＤの体積の何倍ですか。

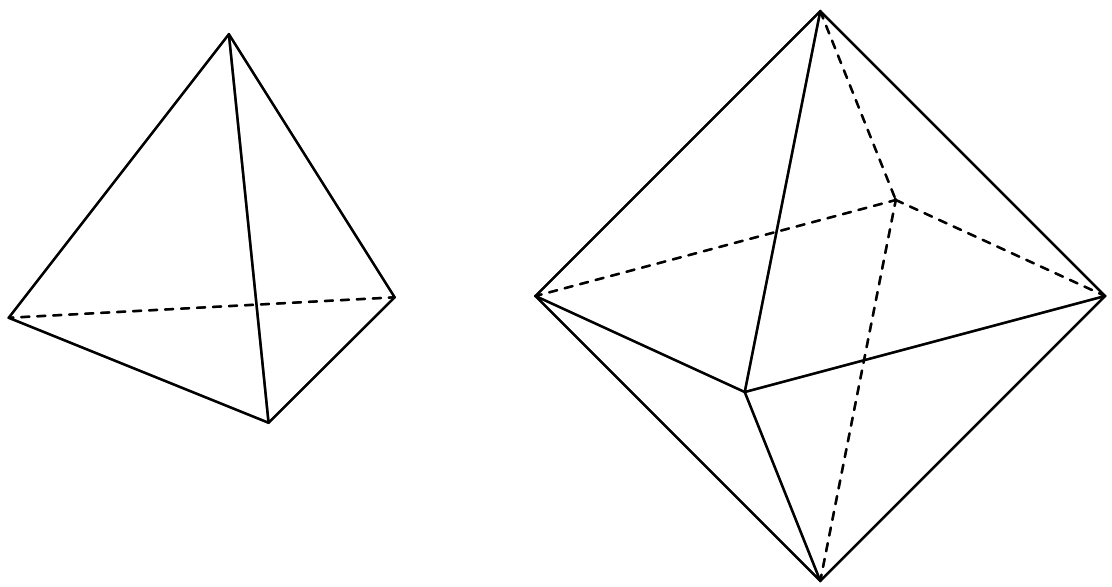
(3)　(1)の立体の表面積は、正四面体ＡＢＣＤの表面積の何倍ですか。



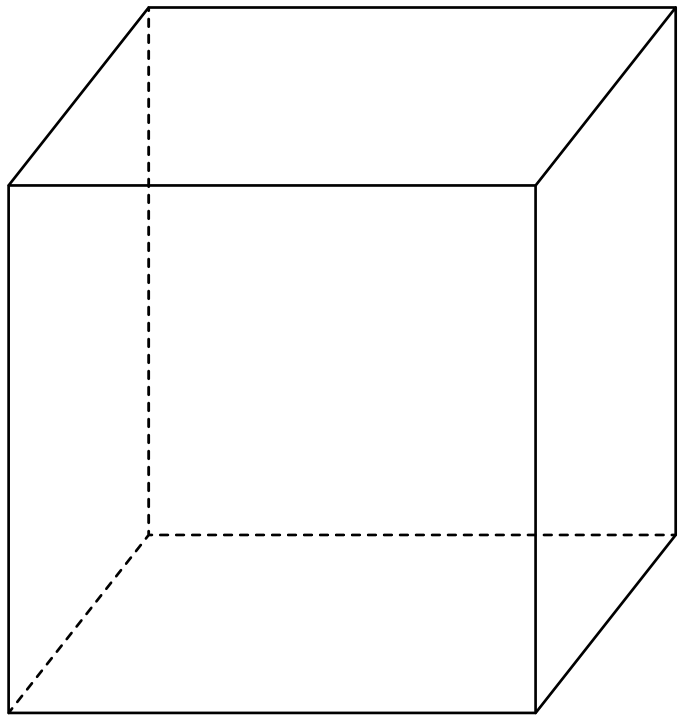


正四面体の中に正八面体をつくることができます。正四面体だけでは空間をしきつめることはできません。間に正八面体が必要になります。

8　図のような４つの面が正三角形でできた正四面体と、８つの面が正三角形でできた正八面体があります。正四面体の１辺の長さと正八面体の１辺の長さが等しいとき、正四面体の体積と正八面体の体積の比を求めなさい。前のページを参考にしなさい。



9　図のような立方体について次の問いに答えなさい。

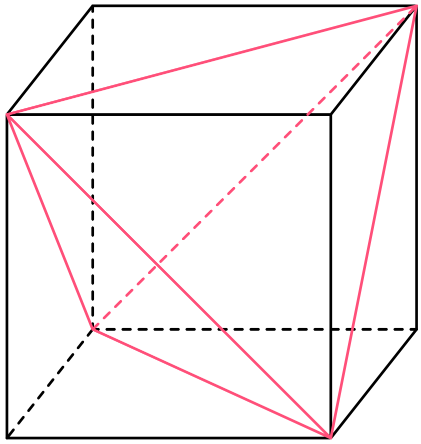


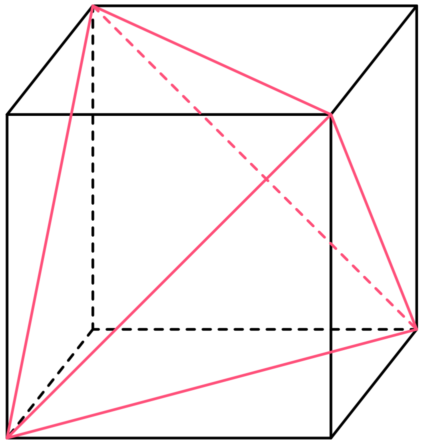
(1)　立方体の頂点を１つおきに結んで新しい立体Ｐをつくります。何という立体ができますか。

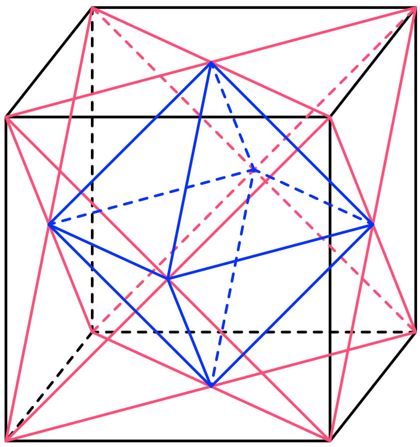
(2)　立体Ｐの体積は、立方体の体積の何倍ですか。

(3)　さらに、(1)で残った頂点を結んでもう１つの立体Ｑをつくり、立体Ｐと立体Ｑの共通部分を立体Ｒとします。立体Ｒは何という立体ですか。

(4)　立方体と立体Ｐと立体Ｒの体積比を求めなさい。

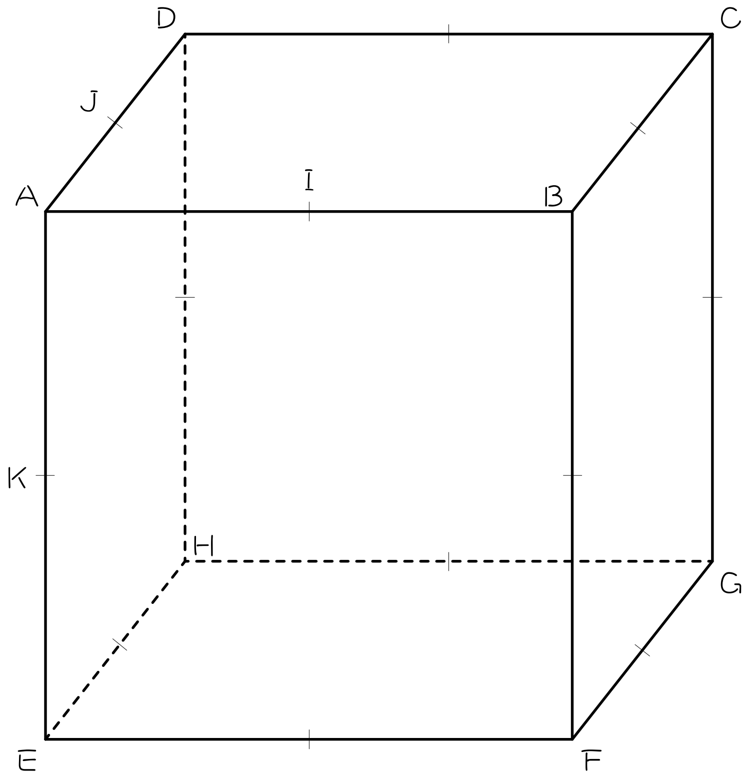






正六面体の中に正四面体をつくることができます。正六面体の中につくった２つの正四面体の重なった部分は、正八面体になります。

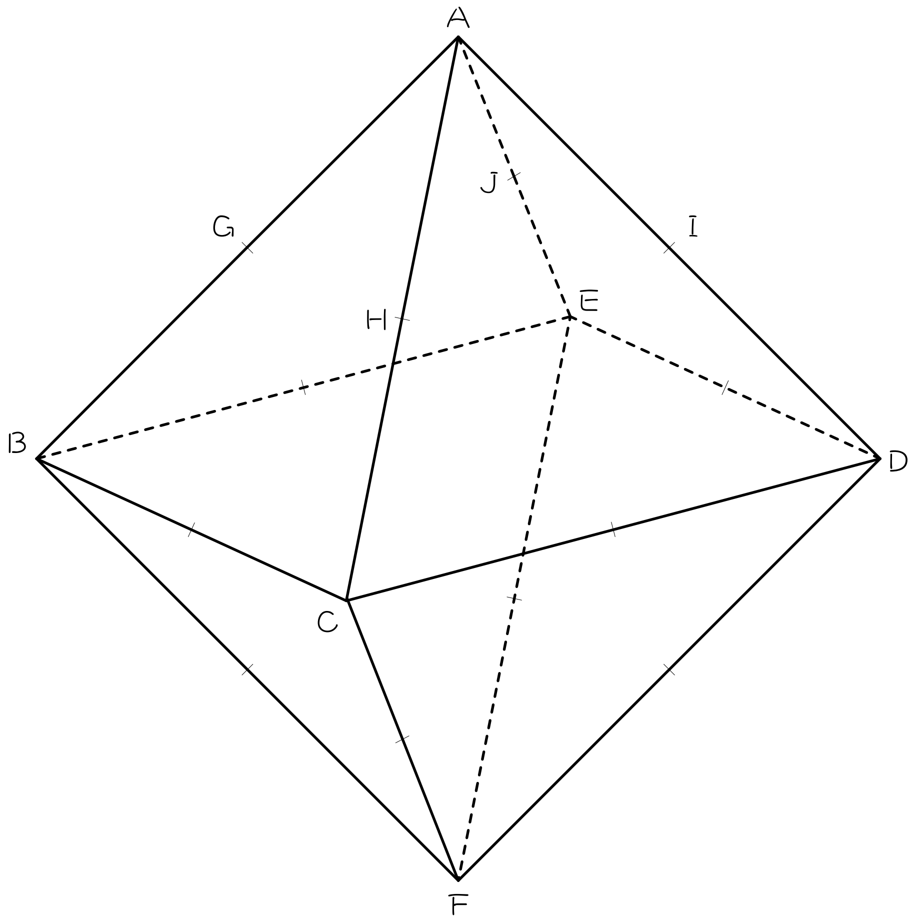
10 図の立方体において、点Ｉ、Ｊ、Ｋは辺のまん中の点です。いま、１つの頂点に集まる３本の辺のまん中の点を通る平面で、立方体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｉ、Ｊ、Ｋを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。




(1) 立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

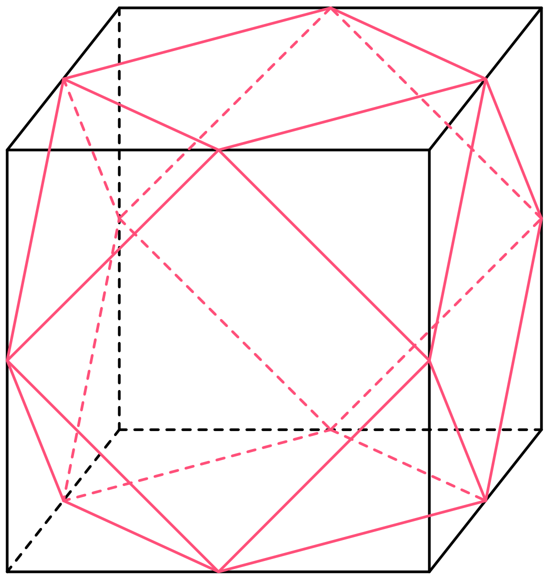
(2) 立体Ｐの体積は、もとの立方体の体積の（　　　）倍です。

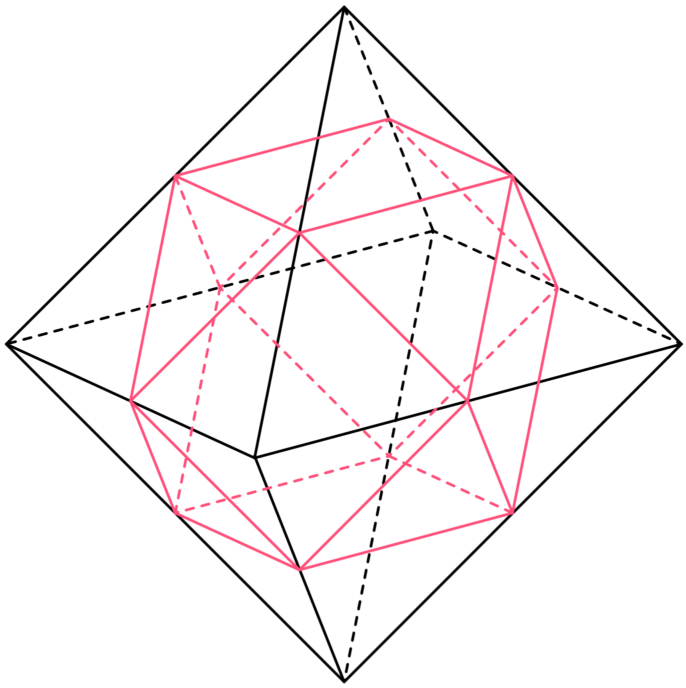
**11** 図のような、すべての面が正三角形でできた正八面体があり、点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊは辺のまん中の点です。いま、１つの頂点に集まる４本の辺のまん中の点を通る平面で、正八面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。




(1) 立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

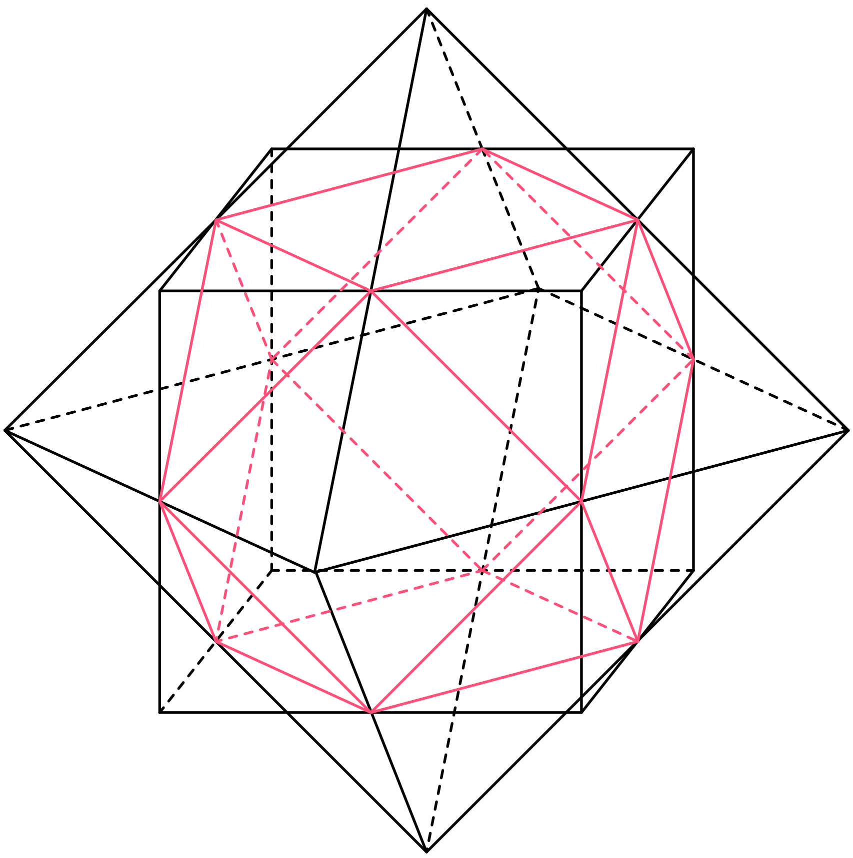
(2) 立体Ｐの体積は、もとの正八面体の体積の（　　　）倍です。



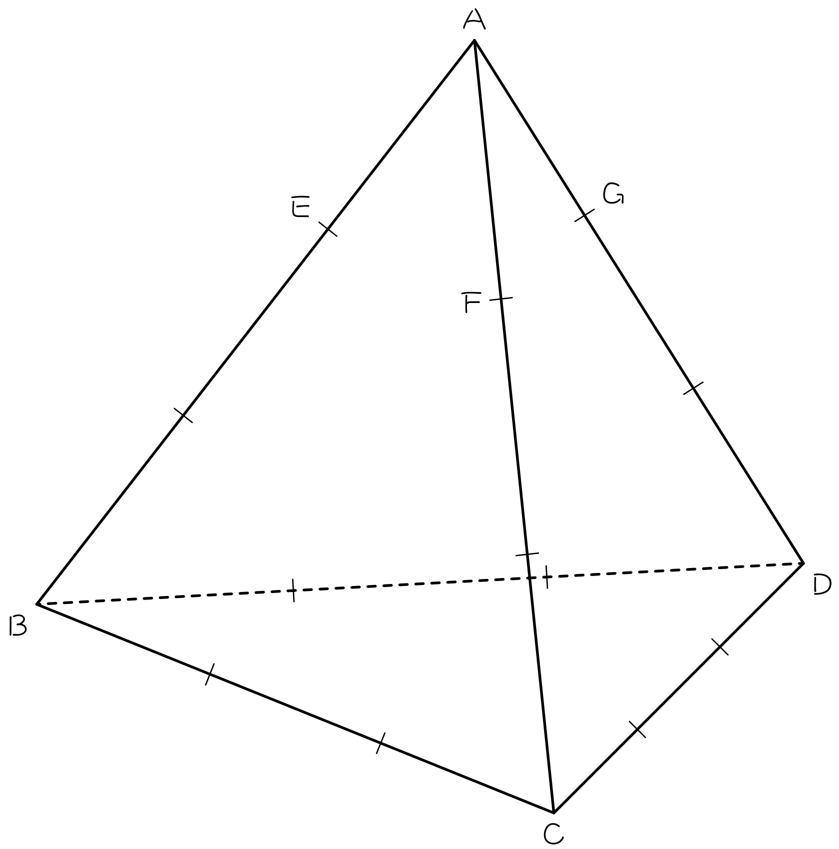


正六面体と正八面体のそれぞれの辺の中点を結ぶと同じ立体ができます。この立体を「立方八面体」といいます。立方八面体の表面は、正三角形と正方形からできています。

$\boxed{12}$☆☆　図のように、立方体と正八面体を、お互いに辺のまん中の点で交わるように重ねました。立方体と正八面体の共通部分の立体をＰ（図の赤い立体）とするとき、立方体と正八面体と立体Ｐの体積の比を求めなさい。$\boxed{10}$、$\boxed{11}$を参考にしなさい。



**13** 図のような４つの面が正三角形でできた正四面体ＡＢＣＤがあります。点Ｅ、Ｆ、Ｇは辺の３等分点の１つです。いま、１つの頂点に集まる３本の辺の３等分点のうち、その頂点に近い方の３点を通る平面で、正四面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｅ、Ｆ、Ｇを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。

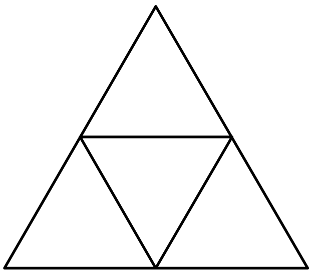



(1)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

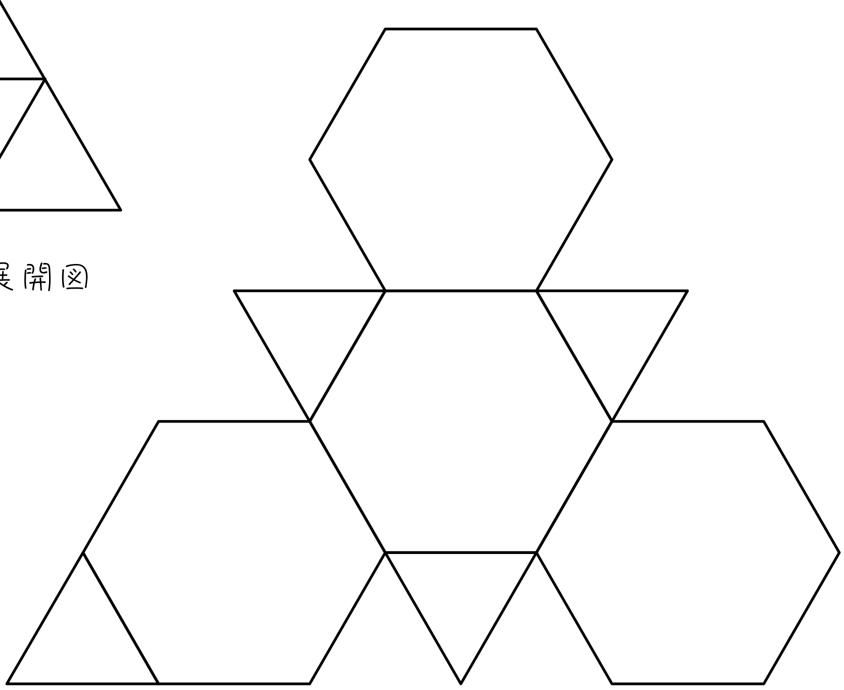
(2)　立体Ｐの体積は、もとの正四面体の体積の（　　　）倍です。

(3)　立体Ｐの表面積は、もとの正四面体の表面積の（　　　）倍です。

**14** 下の図は、立体Ｐと立体Ｑの展開図で、立体Ｐの展開図は１辺１cmの正三角形４枚、立体Ｑの展開図は、１辺１cmの正三角形４枚と正六角形４枚でできています。



立体Ｐの展開図



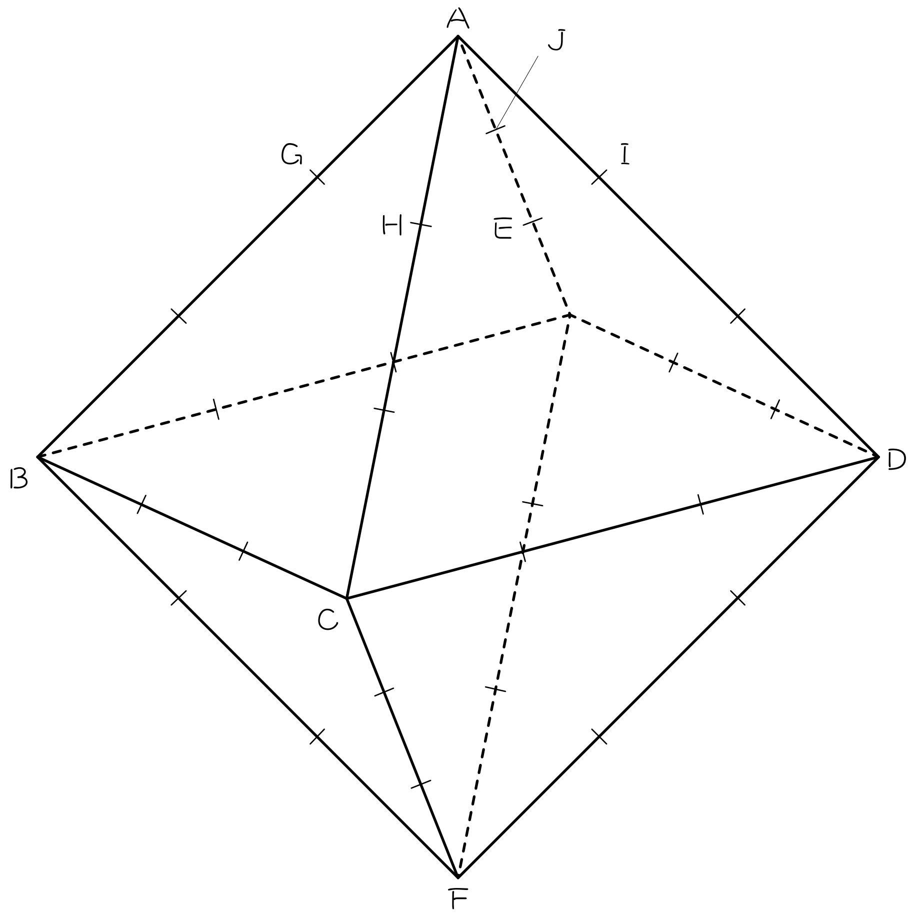
立体Ｑの展開図

(1)　立体Ｑの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2)　立体Ｐと立体Ｑの表面積の比は（　　　：　　　）です。

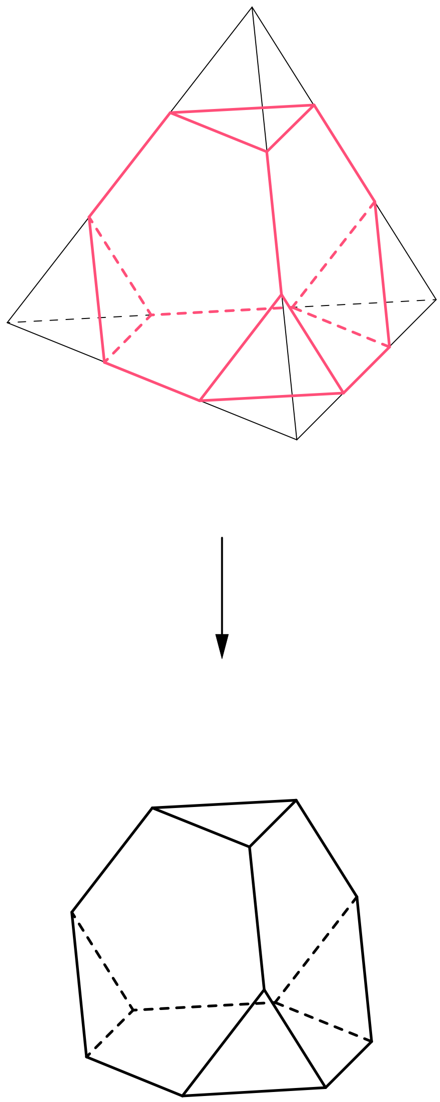
(3)　立体Ｐと立体Ｑの体積の比は（　　　：　　　）です。

**15** 図のような８つの面が正三角形でできた正八面体があります。点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊは辺の３等分点の１つです。いま、１つの頂点に集まる４本の辺の３等分点のうち、その頂点に近い方の４点を通る平面で、正四面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。

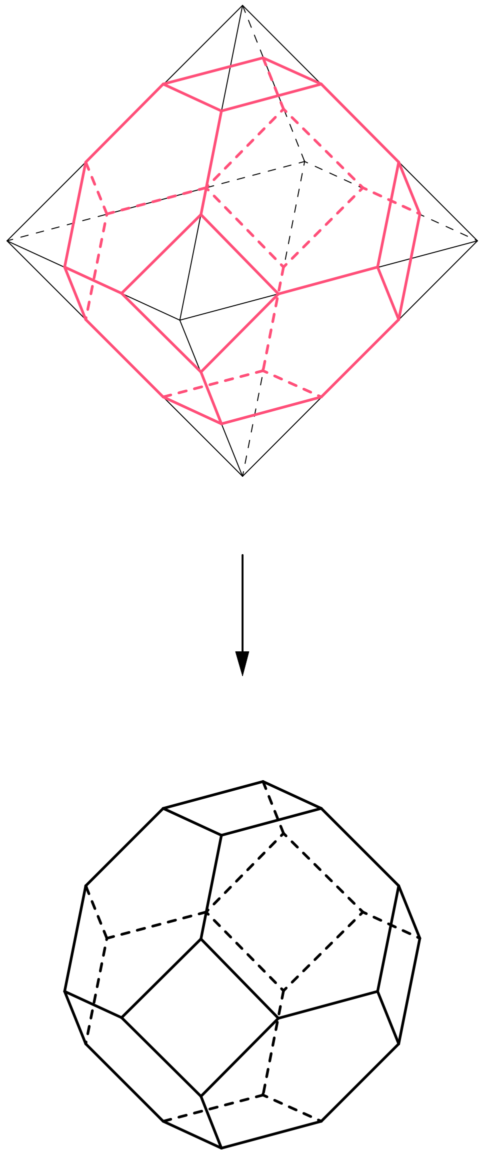



(1) 立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2) 立体Ｐの体積は、もとの正八面体の体積の（　　　）倍です。



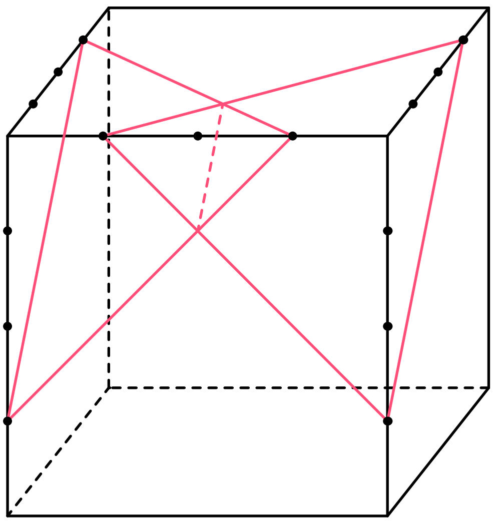
切頂四面体



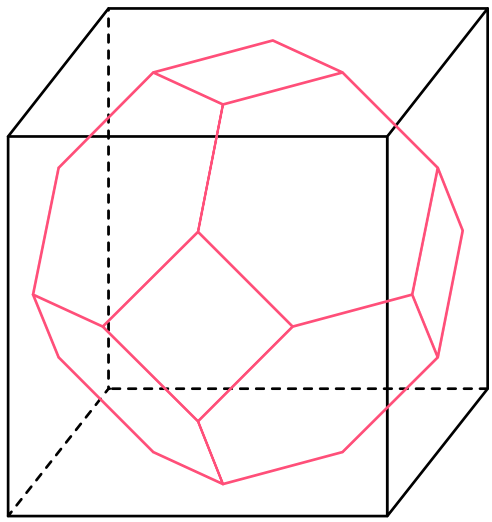
切頂八面体

正四面体の各頂点を、各辺の３等分点のうち頂点に近い方の点を結んで切り落とすと「切頂四面体」ができます。同様にすると、正八面体からは「切頂八面体」ができます。

切頂四面体は、表面が正三角形と正六角形から、切頂八面体は、正方形と正六角形からできています。



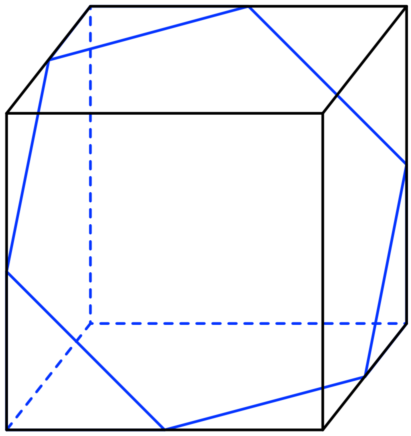
この調子ですべての頂点を
同時に切り落とします。

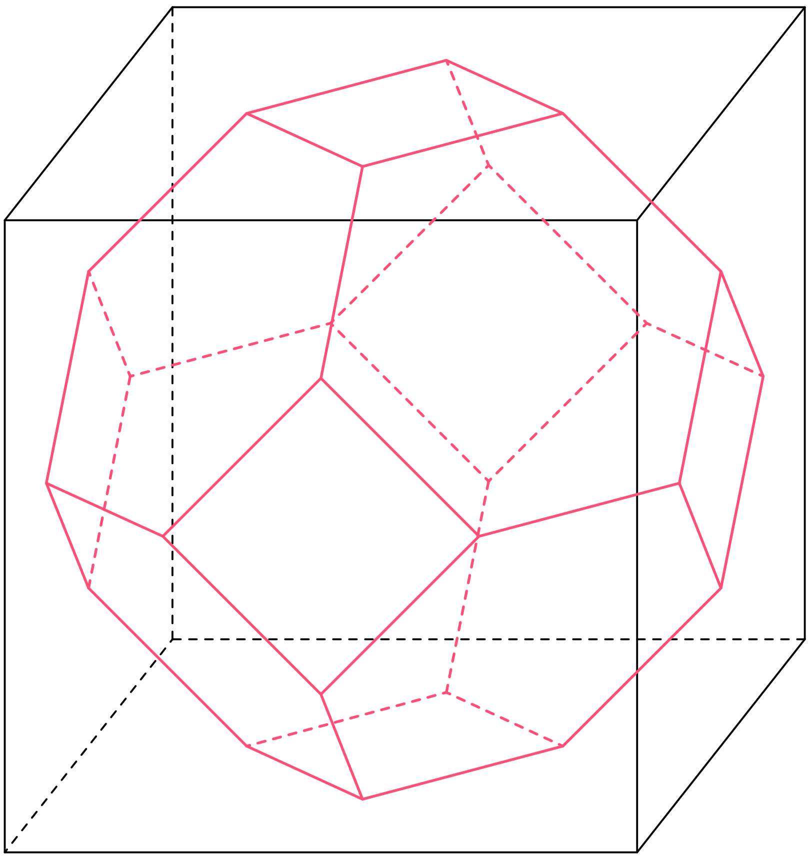


切頂八面体の完成。

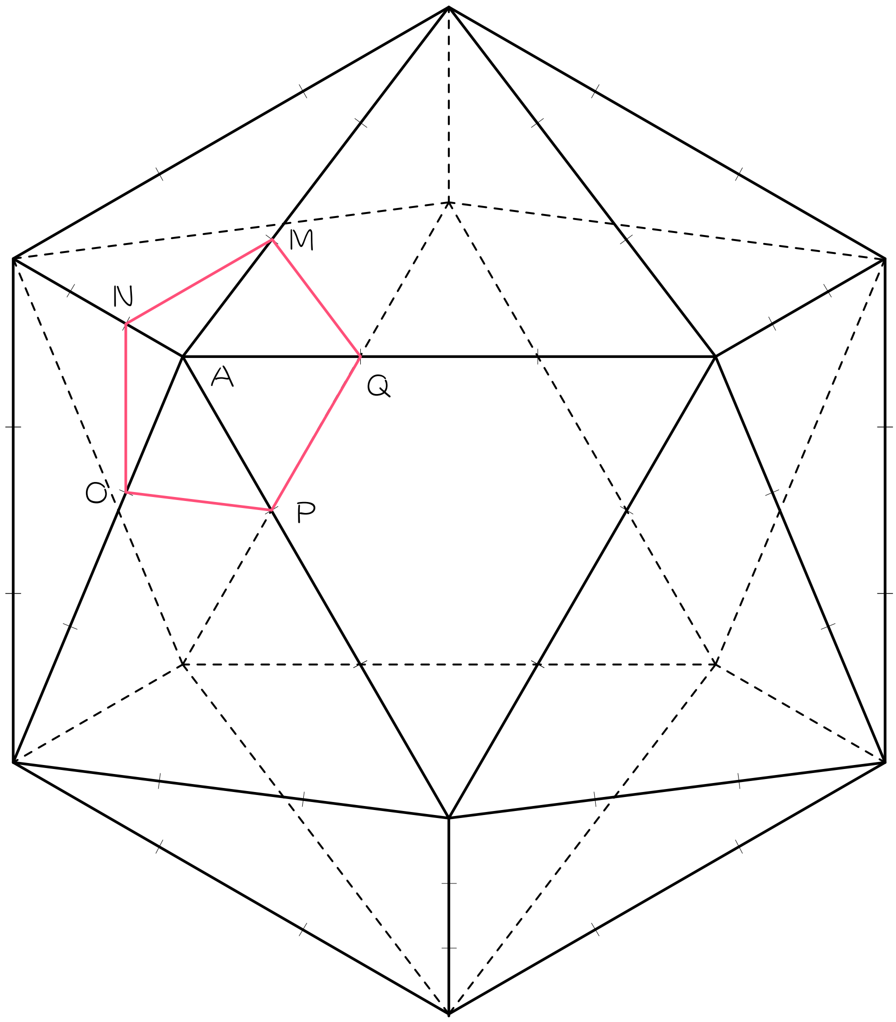
切頂八面体は立方体からもつくることができます。図のように、立方体の頂点に集まる３辺の４等分点のうち、遠い方の３点を通る平面で立方体の８個の頂点を切り落とすと、切頂八面体になります。このとき、切頂八面体の体積は立方体の体積のちょうど半分になります。

右の青い立体が8個集まって、切頂八面体になります。右の青い立体は、小さい立方体の半分なので、切頂8面体は大きな立方体の体積の半分、というわけです。パチパチ。

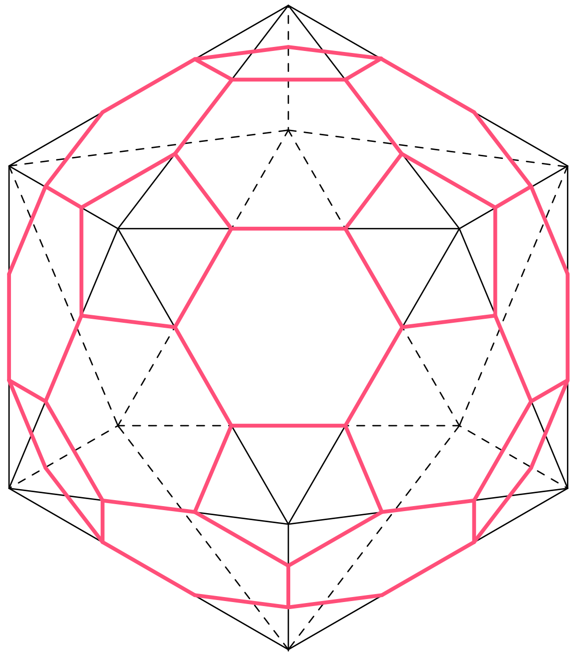


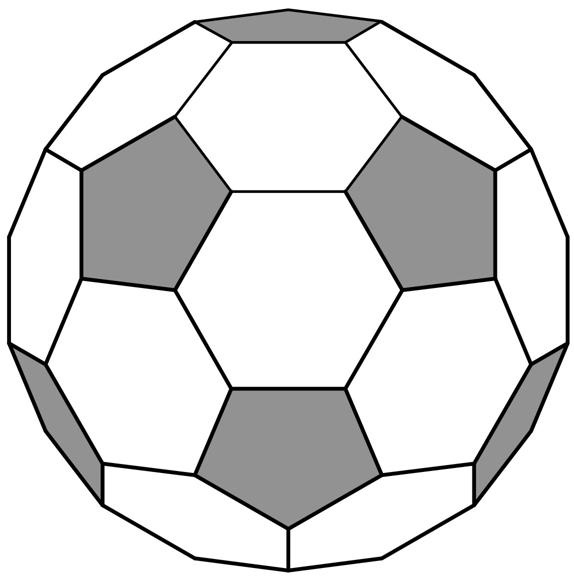


16 図のような、20 個の面がすべて正三角形でできた正二十面体があります。点M、N、O、Pは辺の３等分点の１つです。いま、１つの頂点に集まる５本の辺の３等分点のうち、その頂点に近い方の５点を通る平面で、正二十面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Aについては、点M、N、O、P、Qを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をXとします。

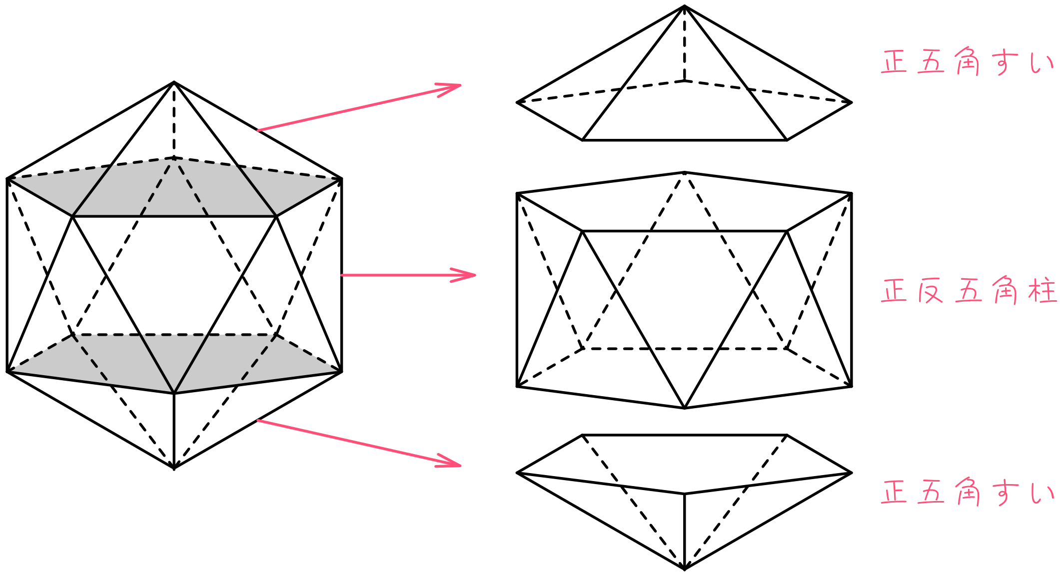


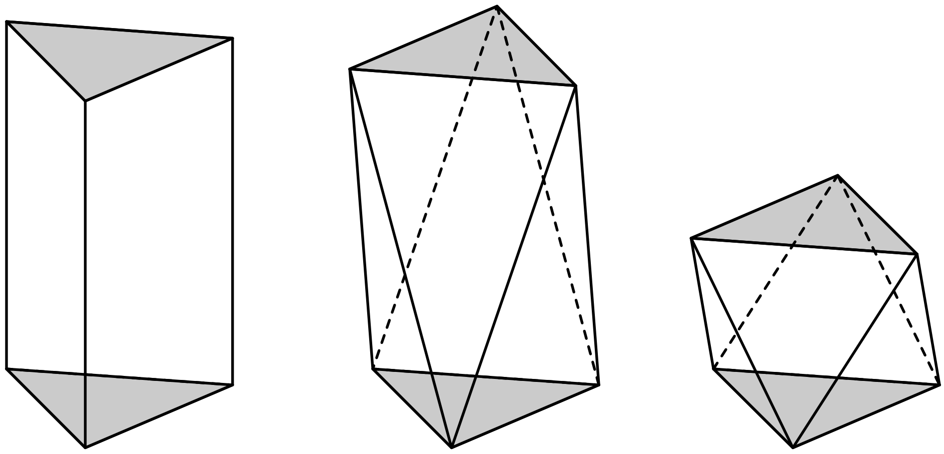

立体Xの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。





正二十面体の各頂点を、各辺の３等分点のうち頂点に近い方の点を結んで落とすと「切頂二十面体」ができます。いわゆるサッカーボールのかたちです。

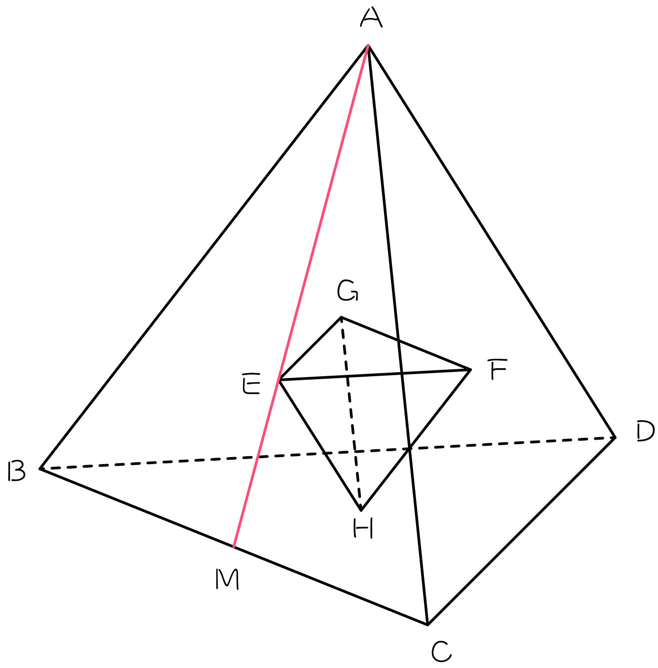


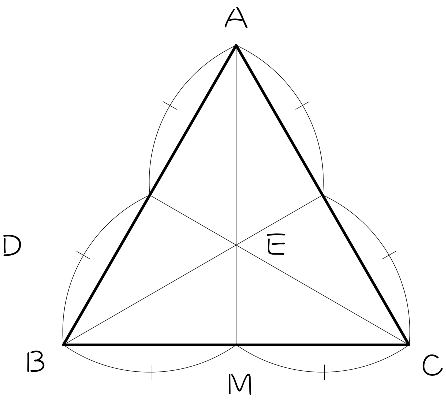
三角柱　　反三角柱　　正反三角柱
＝正八面体

正二十面体を、色のついた面（正五角形になります）で３つの部分に分けます。中央の立体は、上下の面が平行で合同な正五角形ですが、向きが反対です。五角柱がねじれたような形になっています。このような立体を、「反五角柱」といいます。正八面体は、正反三角柱でもあります。

17☆　図１のように、正四面体ＡＢＣＤの４つの面の中心を結んで、正四面体ＥＦＧＨをつくります。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にして、次の問いに答えなさい。




【図１】



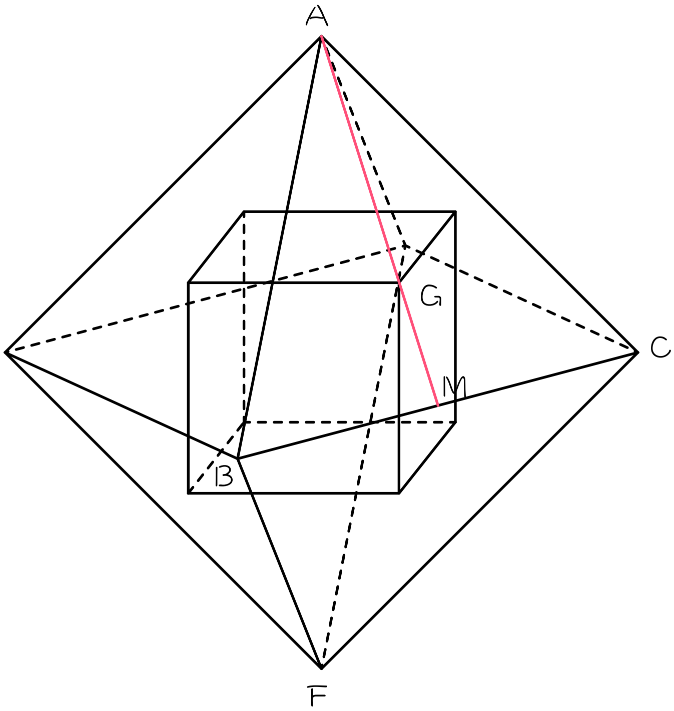

【図２】

(1)　ＡＥ：ＥＭを求めなさい。

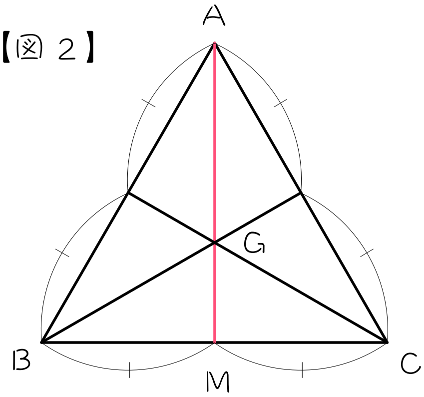
(2)　正四面体ＥＦＧＨの体積は、正四面体ＡＢＣＤの体積の何倍ですか。

**18** ☆☆　図１のように、正八面体の４つの面の中心を結んで、立方体をつくります。図２は正八面体の面ＡＢＣを、図３は正八面体を３点ＡＭＦを通る平面で切ったときの切り口を表しています。

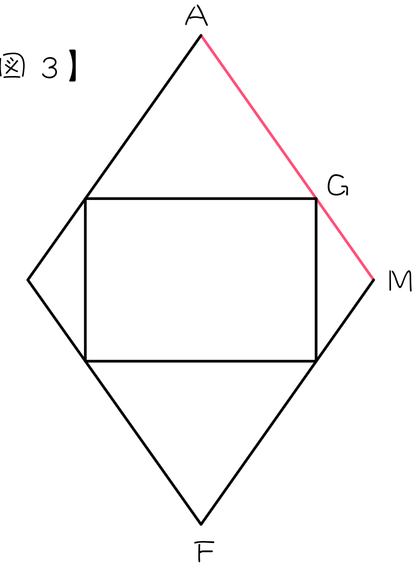
【図１】




【図２】




【図３】




(1)　図２を参考に、ＡＧ：ＧＭを求めなさい。

(2)　図３を参考に、ＡＦの長さと、立方体の１辺の長さの比を求めなさい。

(3)　正八面体と立方体の体積の比を求めなさい。

■ 解答 ■

$\boxed{1}$ (1) 4、正四面体、4、6、4
(2) 6、立方体、正六面体、8、12、6
(3) 8、正八面体、6、12、8

$\boxed{2}$ (1) 正十二面体 (2) 30 (3) 20

$\boxed{3}$ (1) 正二十面体 (2) 30 (3) 12

$\boxed{4}$ 正四面体

$\boxed{5}$ 正八面体、$\frac{1}{6}$

$\boxed{6}$ 立方体（正六面体）

$\boxed{7}$ (1) 正八面体 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$

$\boxed{8}$ 1：4

$\boxed{9}$ (1) 正四面体 (2) $\frac{1}{3}$
(3) 正八面体 (4) 6：2：1

$\boxed{10}$ (1) 12、24、14 (2) $\frac{5}{6}$

$\boxed{11}$ (1) 12、24、14 (2) $\frac{5}{8}$

$\boxed{12}$ (1) 6：8：5

$\boxed{13}$ (1) 12、18、8 (2) $\frac{23}{27}$ (3) $\frac{7}{9}$

$\boxed{14}$ (1) 12、18、8 (2) 1：7
(3) 1：23

$\boxed{15}$ (1) 24、36、14 (2) $\frac{8}{9}$

$\boxed{16}$ 60、90、32

$\boxed{17}$ (1) 2：1 (2) $\frac{1}{27}$

$\boxed{18}$ (1) 2：1 (2) 3：1 (3) 9：2