1

（　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。

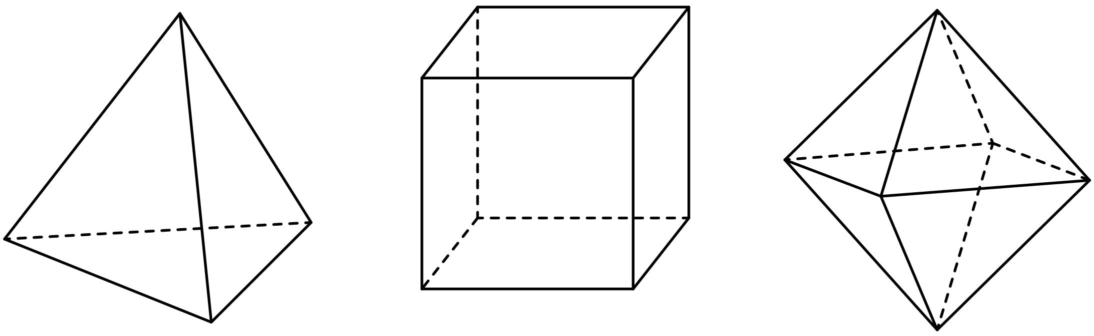


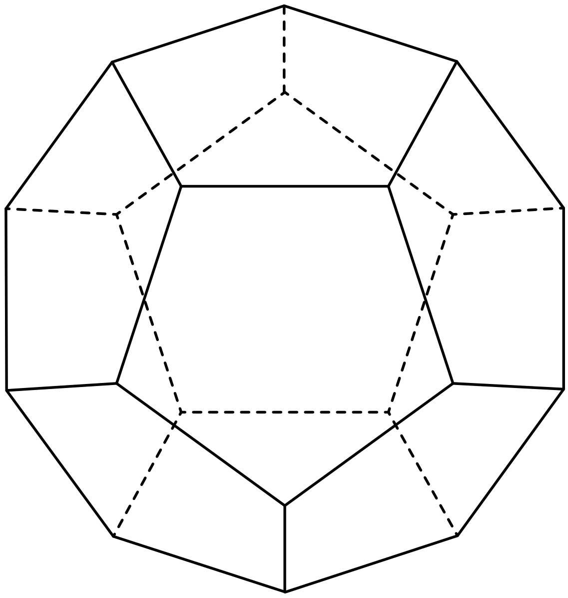
図１　　図２　　図３

(1) 図１のように（　　）つの正三角形でできた立体を、（　　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　　）個、辺は（　　　）本、面は（　　　）面あります。

(2) 図２のように（　　）つの正方形でできた立体を、（　　　　　）または（　　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　　）個、辺は（　　　）本、面は（　　　）面あります。

(3) 図３のように（　　）つの正三角形でできた立体を、（　　　　　）といいます。この立体には、頂点は（　　　）個、辺は（　　　）本、面は（　　　）面あります。

2 （　　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。



(1) 上の図のように12個の正五角形でできた立体を、

（　　　　　　　　　　）といいます。

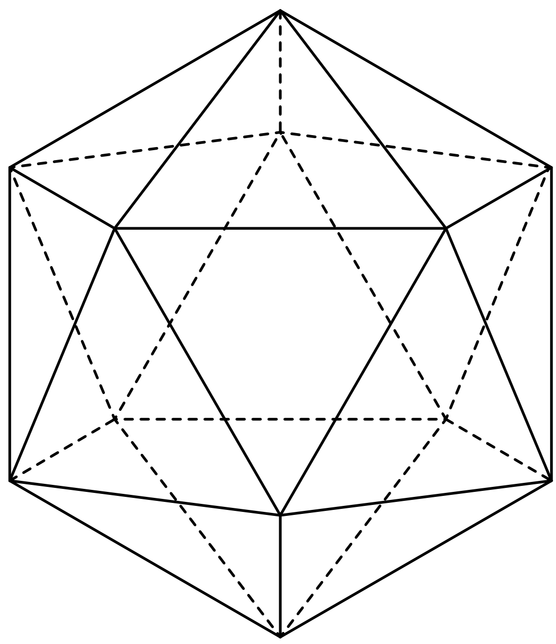
(2) この立体の辺の数は（　　　）本です。

正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

(3) この立体の頂点の数は（　　　）個です。

正五角形が12面あることから、計算で求めなさい。

3　（　）にあてはまる言葉・数を答えなさい。



(1)　上の図のように20個の正三角形でできた立体を、

（　　　　　　　　　）といいます。

(2)　この立体の辺の数は（　　　）本です。

(3)　この立体の頂点の数は（　　　）個です。

4

図１のような正４面体の４つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。

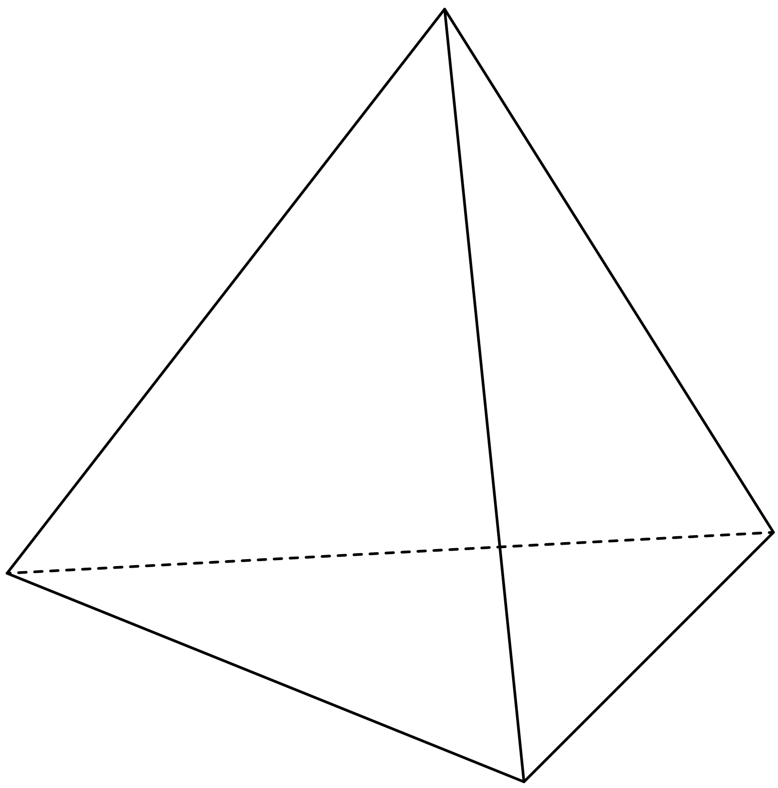


図１

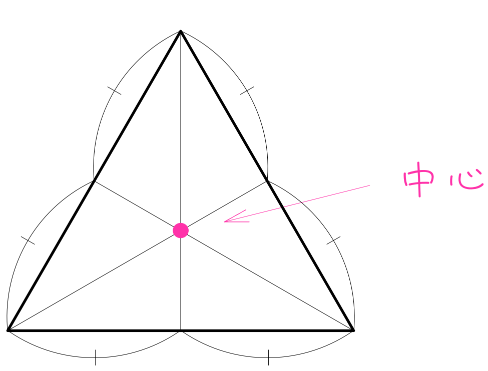


図２

5

図１のような正６面体（立方体）の６つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。正方形の中心は図２のように作図することを参考にしなさい。また、その立体の体積は、もとの立方体の体積の何倍ですか。

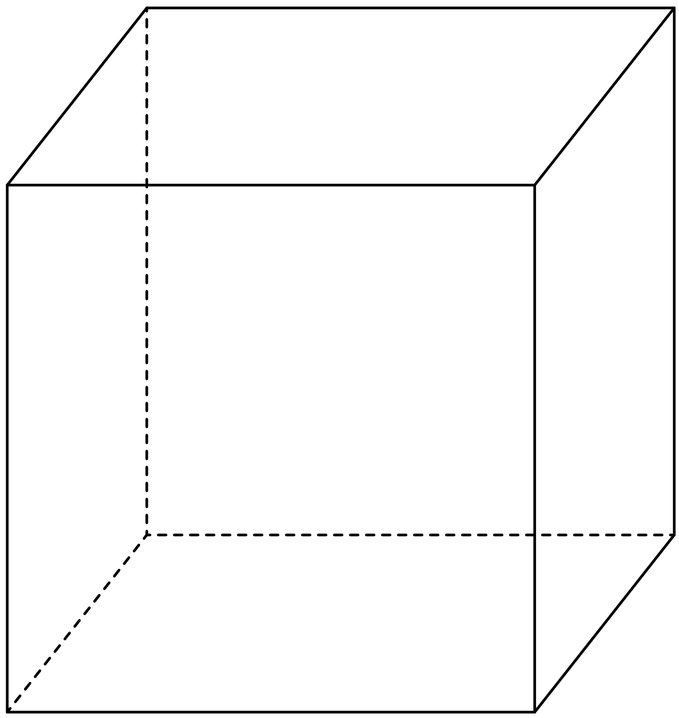


図１

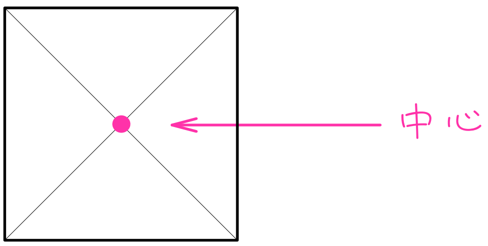
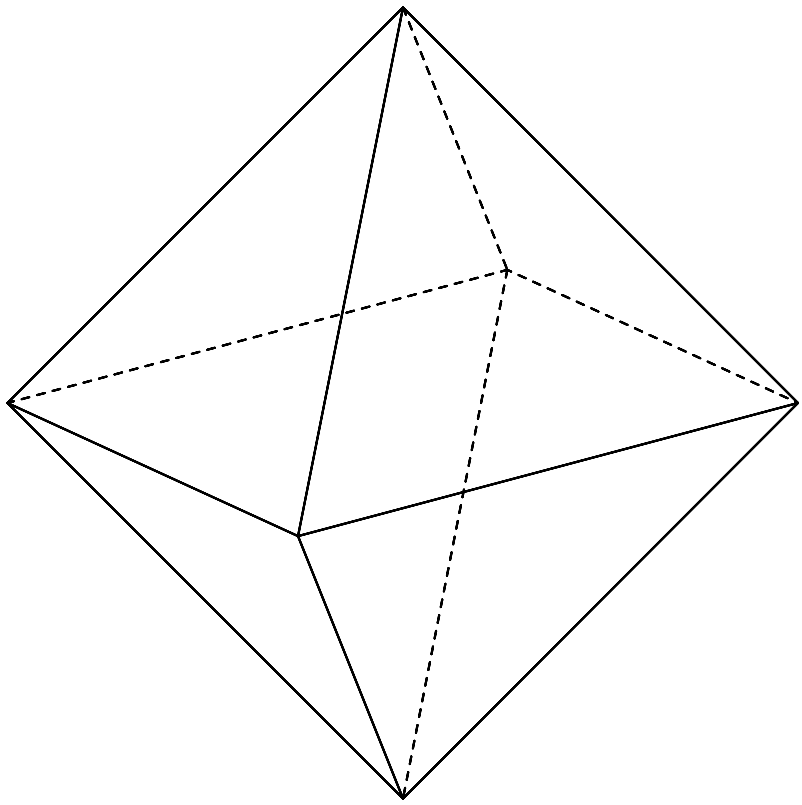
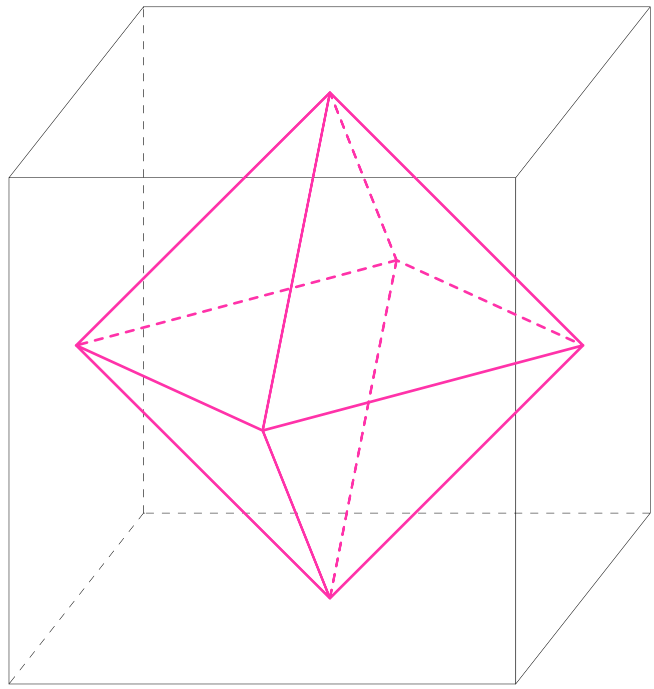


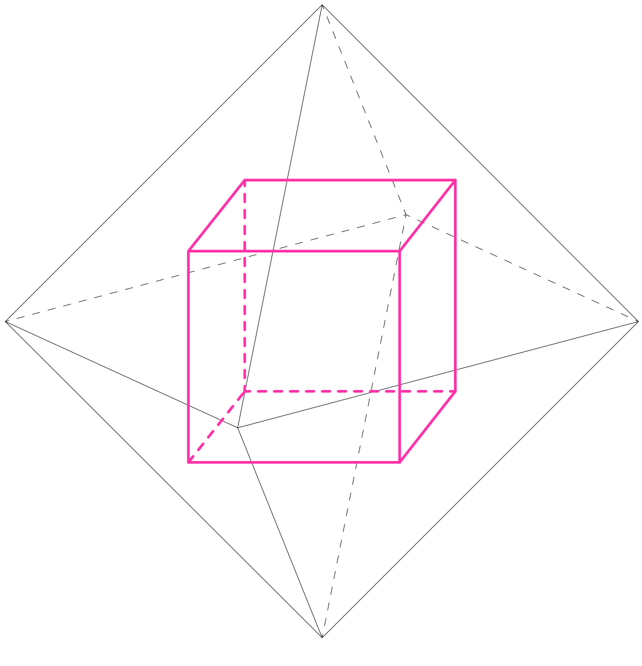
図２

6

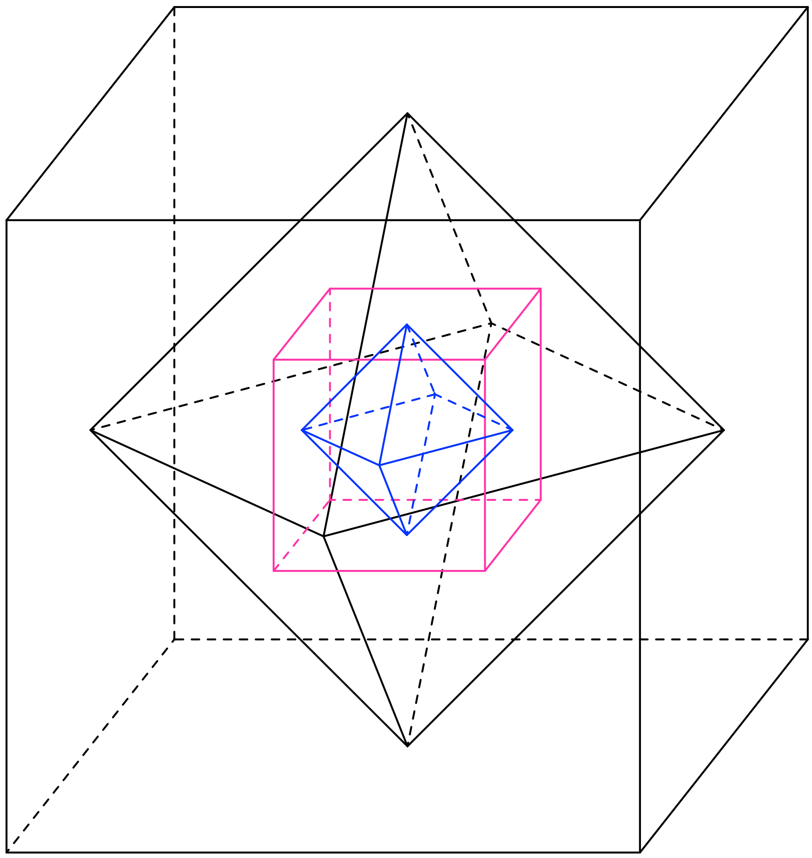
図のような正８面体の８つの面の中心を結んで、新しい立体をつくります。何という立体ができますか。



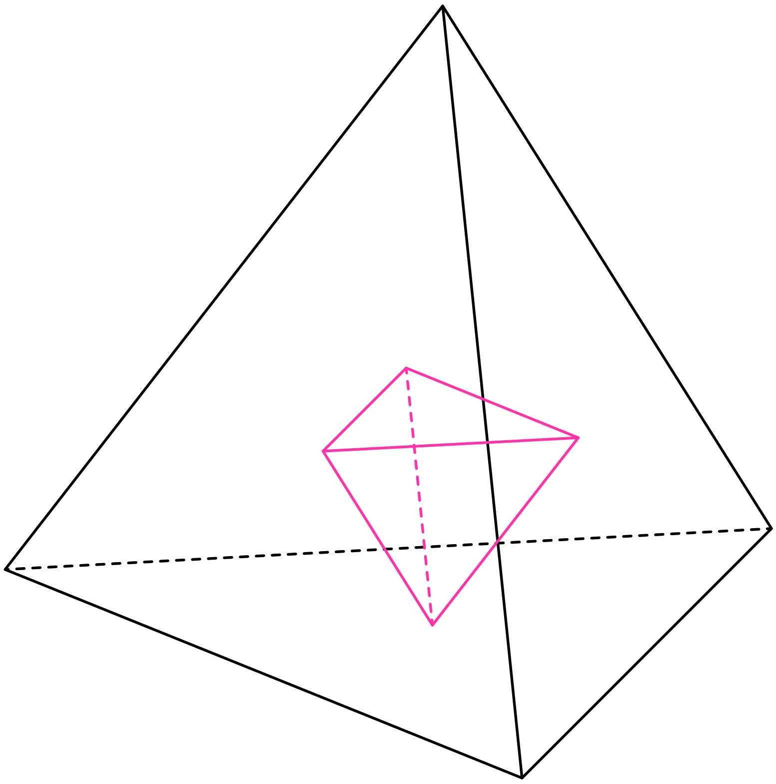




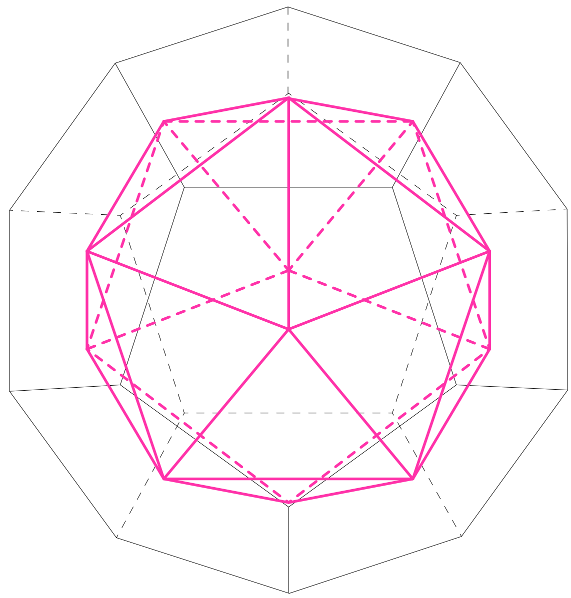
正６面体の各面の中心を結ぶと正８面体ができ、正８面体の各面の中心を結ぶと正６面体ができます。このような関係を、「双対（そうつい）」といいます。

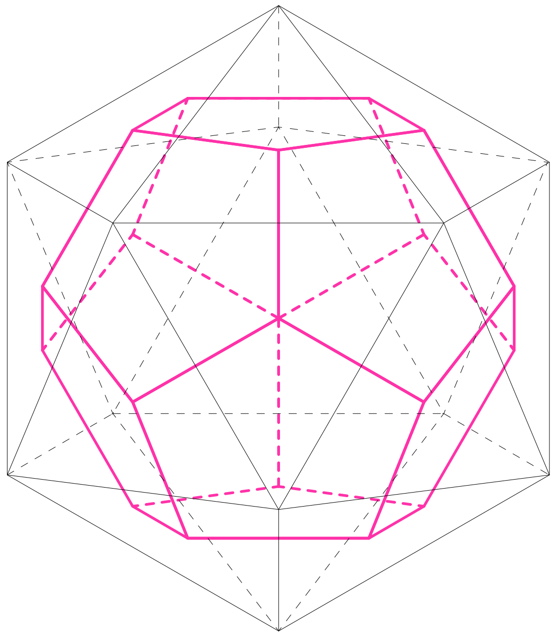


正６面体の中に正８面体、そのなかに正６面体、その中に正８面体、…と続くわけです。

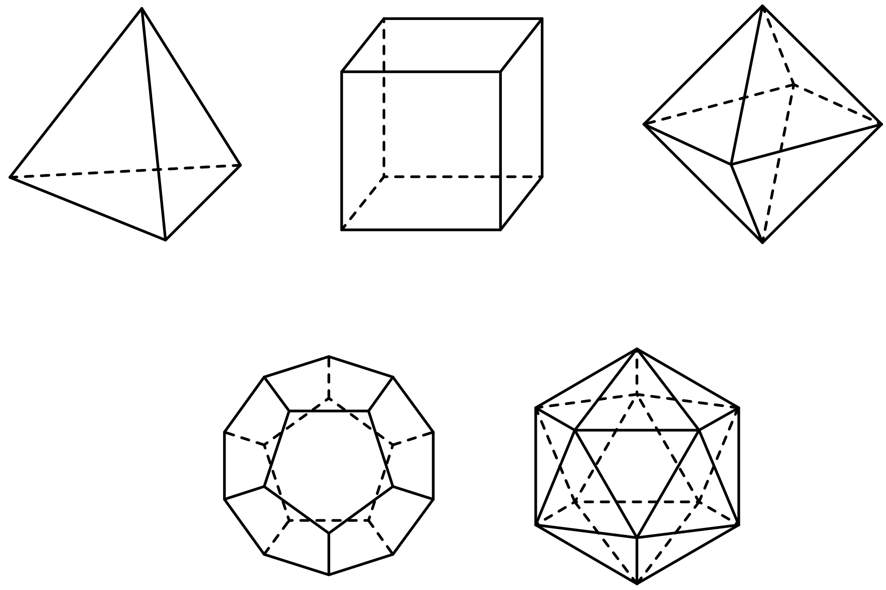


正４面体の各面の中心を結ぶと、また正４面体ができます。正４面体は自分自身と「双対（そうつい）」です。





正12面体の各面の中心を結ぶと正20面体、正20面体の各面の中心を結ぶと正12面体ができます。正12面体と正20面体は「双対」です。



	正４面体	正６面体	正８面体	正12面体	正20面体
頂点	4	8	6	20	12
辺	6	12	12	30	30
面	4	6	8	12	20

正多面体は上の５種類しかありません。これらを「プラトンの正多面体」と言います。「双対」の関係にある正多面体はどうしは、頂点の数と面の数が入れかわっています。

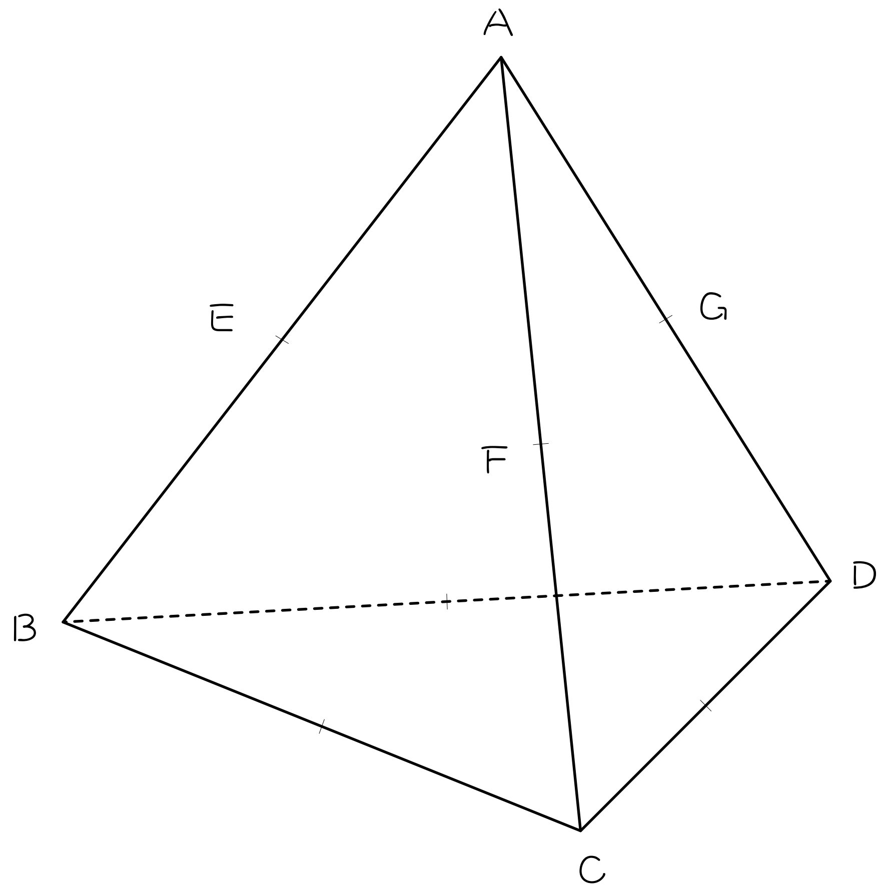
また、穴のあいていない多面体については、

頂点の数 − 辺の数 ＋ 面の数 ＝ 2

が成り立ちます。これを「オイラーの定理」といいます。

７

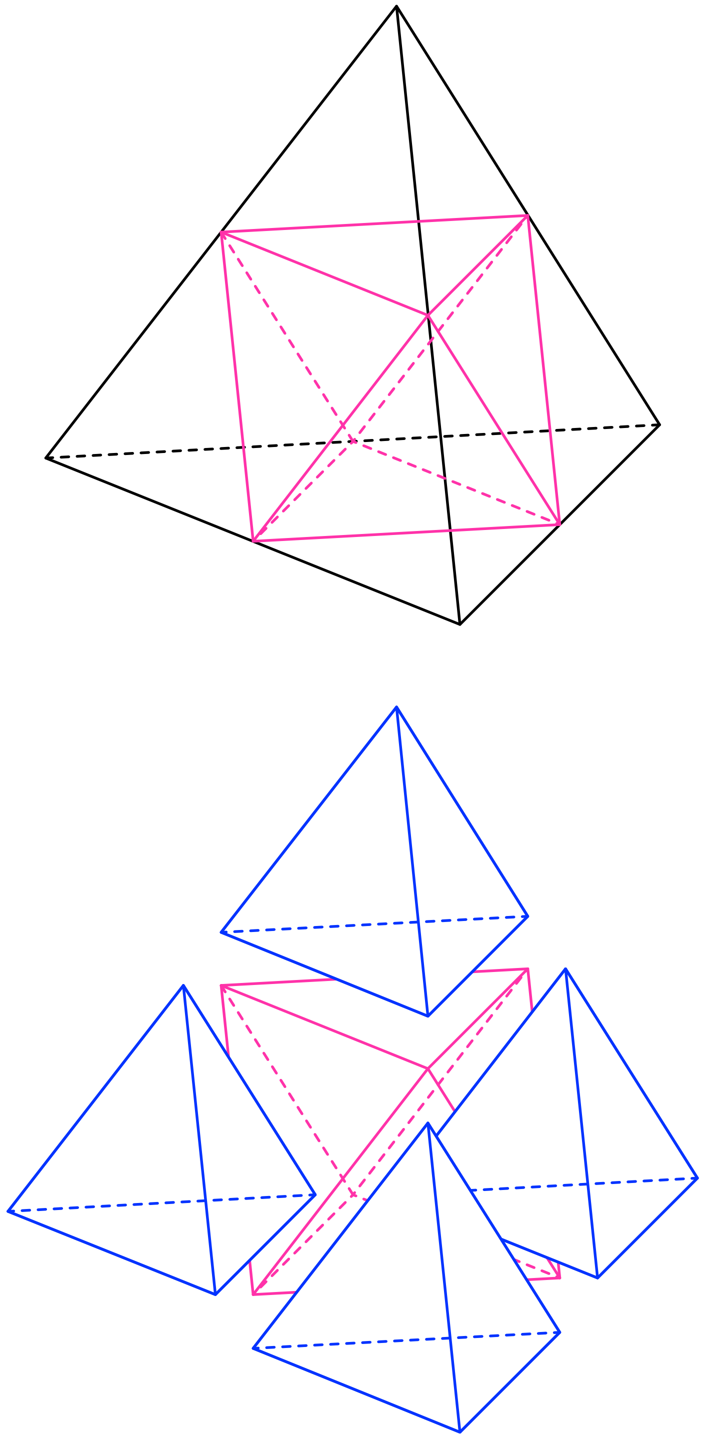
図のような４つの面が正三角形でできた正４面体ＡＢＣＤがあります。点Ｅ、Ｆ、Ｇは辺のまん中の点です。いま、１つの頂点に集まる３本の辺のまん中の点を通る平面で、正４面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｅ、Ｆ、Ｇを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とします。



(1)　最後に残った立体は何という立体ですか。

(2)　(1)の立体の体積は、正４面体ＡＢＣＤの体積の何倍ですか。

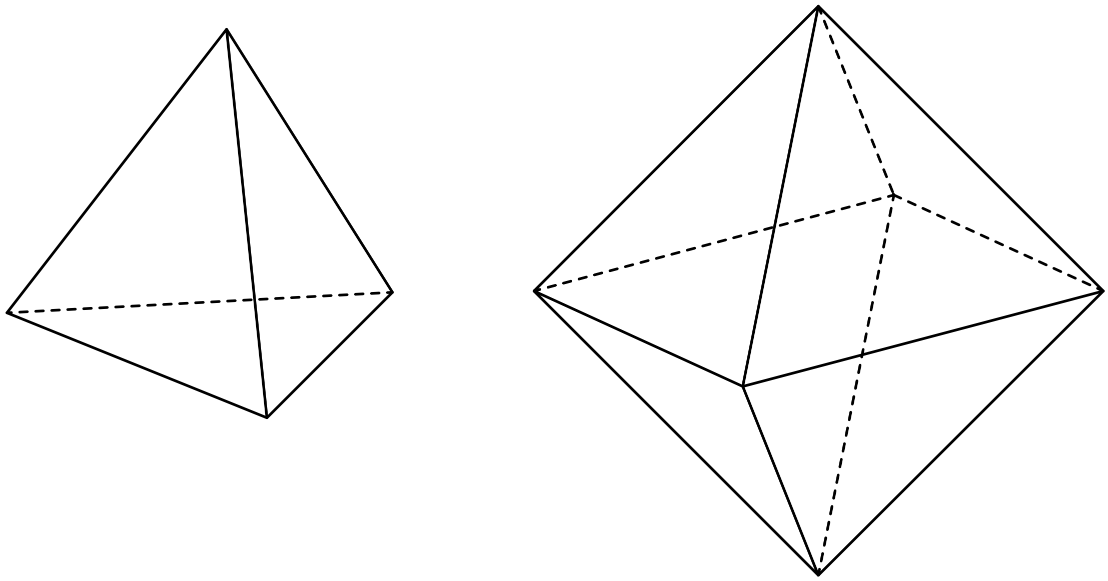
(3)　(1)の立体の表面積は、正４面体ＡＢＣＤの表面積の何倍ですか。



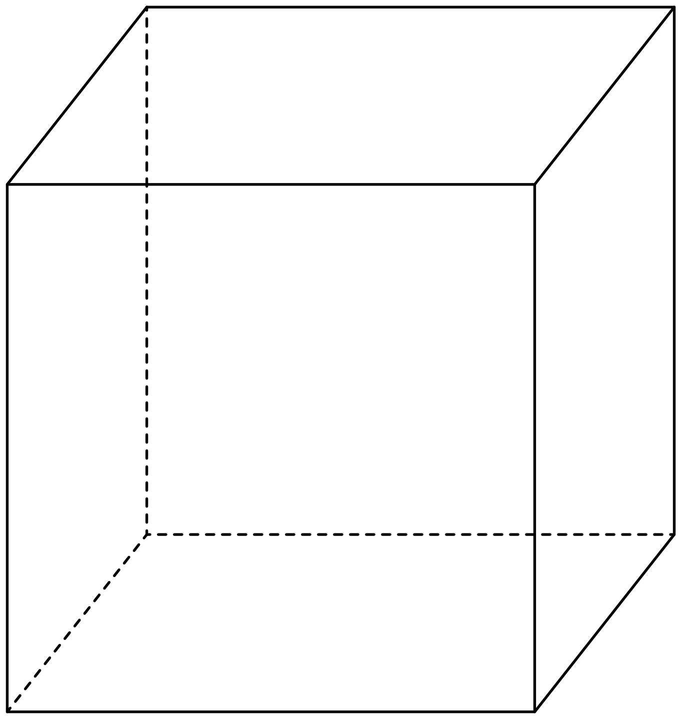
正４面体の中に正８面体をつくることができます。
正４面体だけでは空間をしきつめることはできません。間に正８面体が必要になります。

☆
8

図のような４つの面が正三角形でできた正４面体と、８つの面が正三角形でできた正８面体があります。正４面体の１辺の長さと正８面体の１辺の長さが等しいとき、正４面体の体積と正８面体の体積の比を求めなさい。



9　図のような立方体について次の問いに答えなさい。

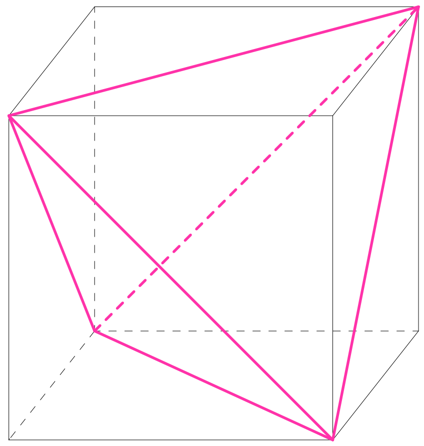


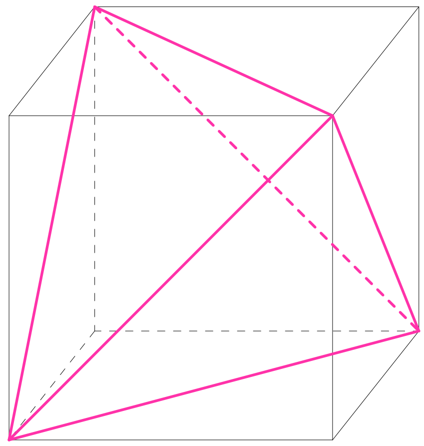
(1)　立方体の頂点を１つおきに結んで新しい立体Ｐをつくります。何という立体ができますか。

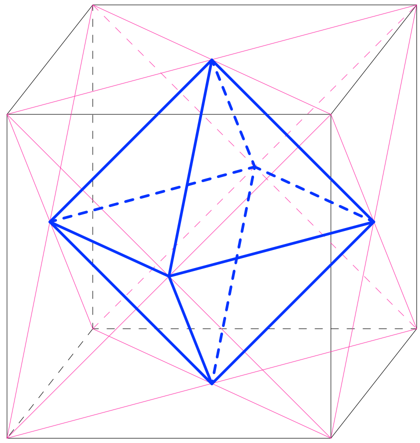
(2)　立Ｐの体積は、立方体の体積の何倍ですか。

(3)　さらに、(1)で残った頂点を結んでもう１つの立体Ｑをつくり、立体Ｐと立体Ｑの共通部分を立体Ｒとします。立体Ｒは何という立体ですか。

(4)　立方体と立体Ｐと立体Ｒの体積比を求めなさい。



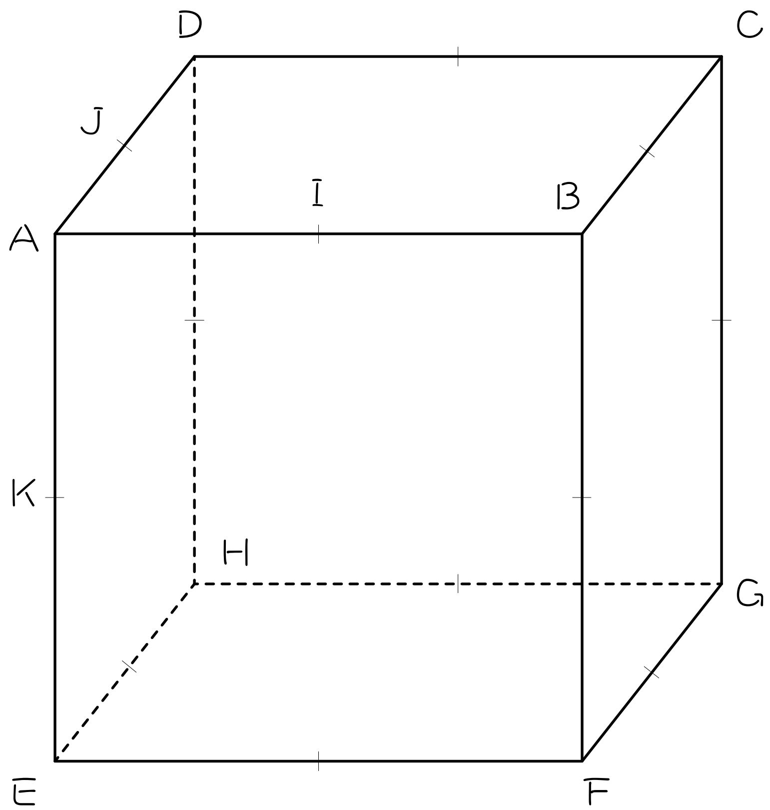




正６面体の中に正４面体をつくることができます。
正６面体の中につくった２つの正４面体の重なった部分は、正８面体になります。

10

図の立方体において、点Ｉ、Ｊ、Ｋは辺のまん中の点です。いま、１つの頂点に集まる３本の辺のまん中の点を通る平面で、立方体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｉ、Ｊ、Ｋを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。

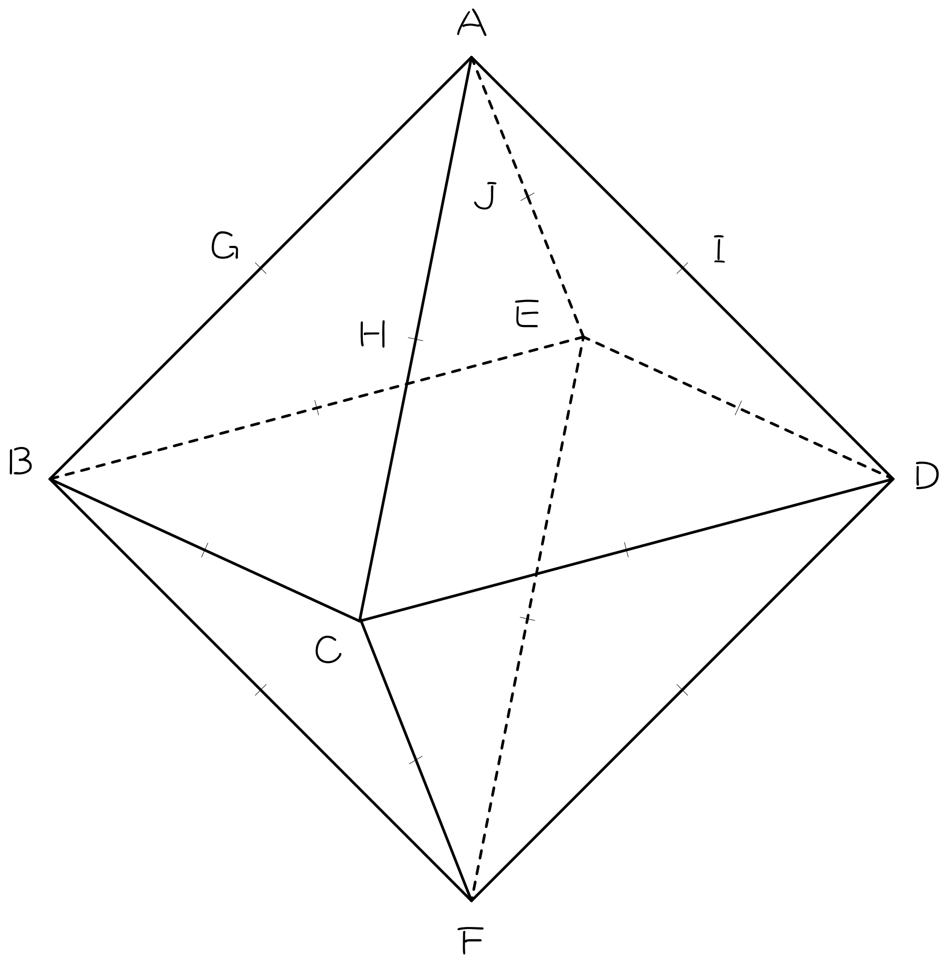


(1)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2)　立体Ｐの体積は、もとの立方体の体積の（　　　）倍です。

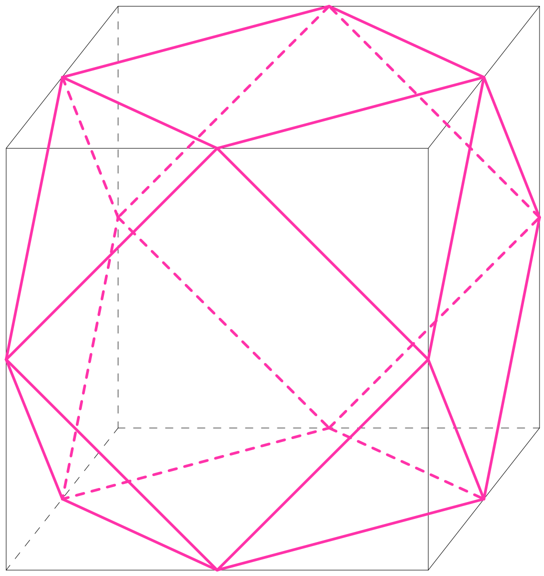
11

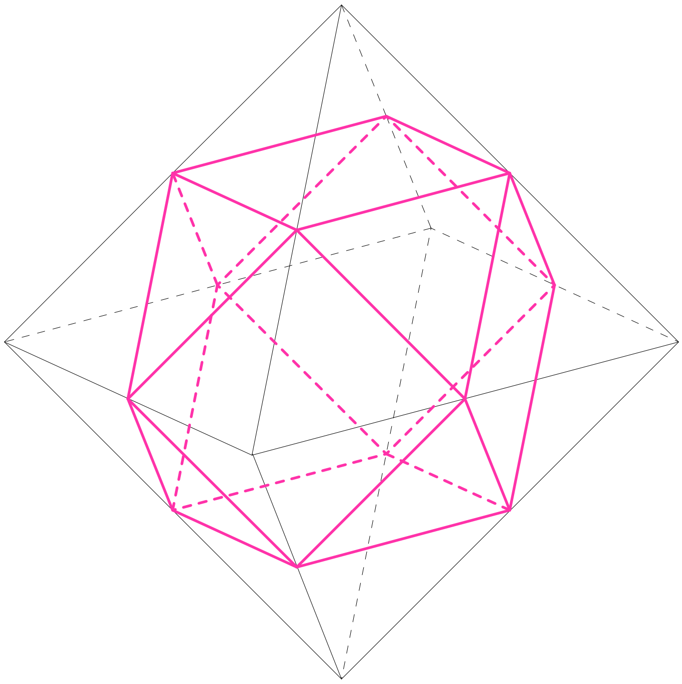
図のような、すべての面が正三角形でできた正８面体があり、点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊは辺のまん中の点です。いま、１つの頂点に集まる４本の辺のまん中の点を通る平面で、正８面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。



(1)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2)　立体Ｐの体積は、もとの正８面体の体積の（　　　）倍です。

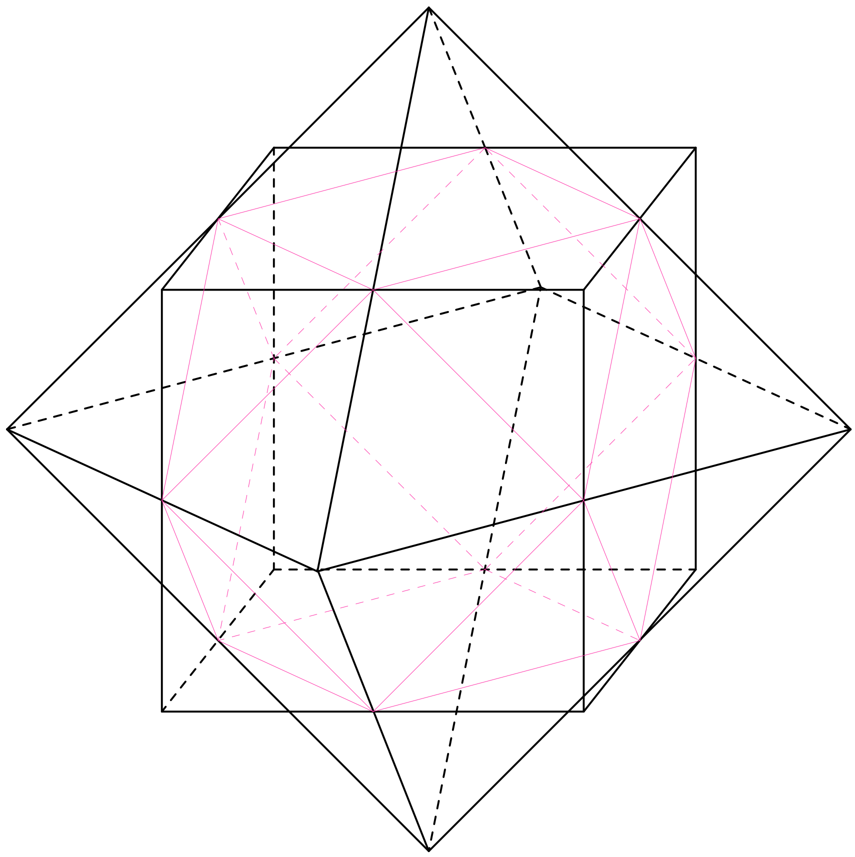




正６面体と正８面体のそれぞれの辺の中点を結ぶと同じ立体ができます。この立体を「立方８面体」といいます。立方８面体の表面は、正三角形と正方形からできています。

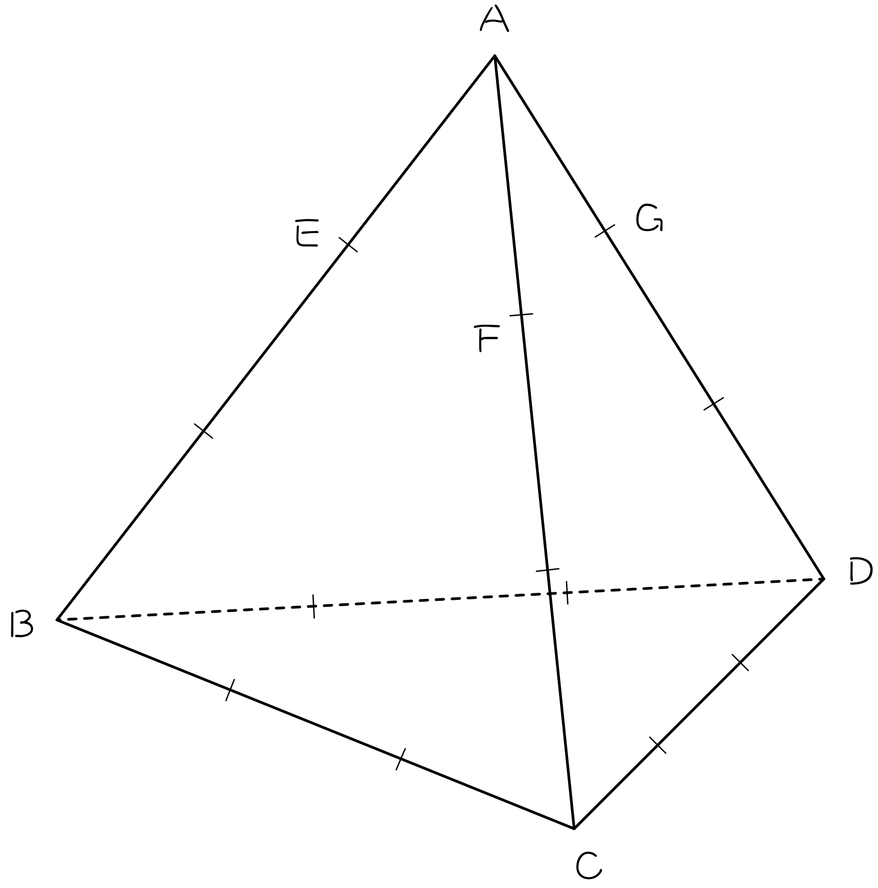
☆☆
12

図のように、立方体と正８面体を、お互いに辺のまん中の点で交わるように重ねました。立方体と正８面体の共通部分の立体をＰ（図の赤い立体）とするとき、立方体と正８面体と立体Ｐの体積の比を求めなさい。



13

図のような４つの面が正三角形でできた正４面体ＡＢＣＤがあります。点Ｅ、Ｆ、Ｇは辺の３等分点の１つです。いま、１つの頂点に集まる３本の辺の３等分点のうち、その頂点に近い方の３点を通る平面で、正４面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｅ、Ｆ、Ｇを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。



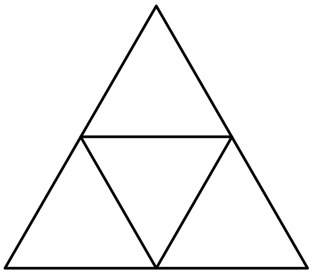
(1)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2)　立体Ｐの体積は、もとの正４面体の体積の（　　　）倍です。

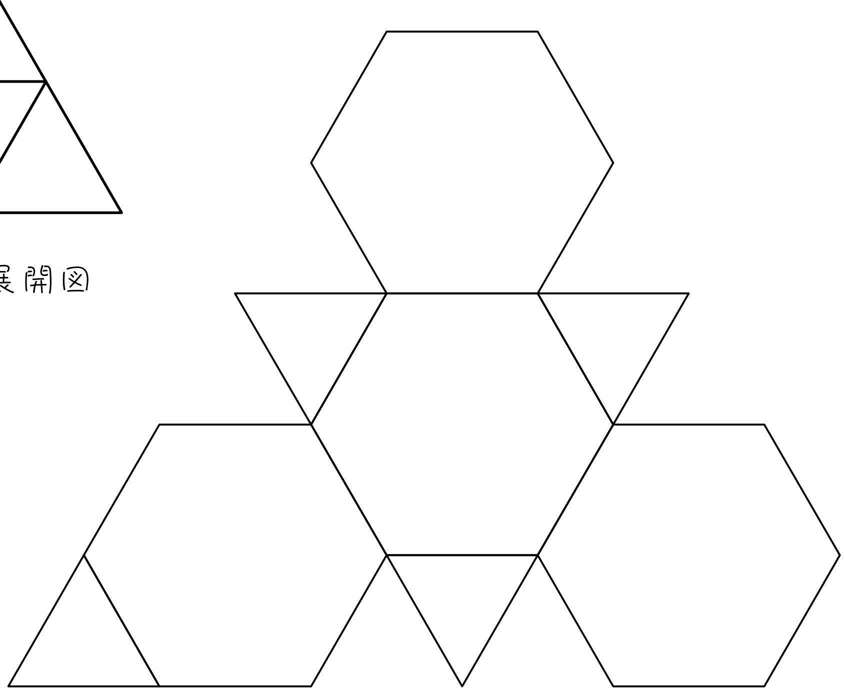
(3)　立体Ｐの表面積は、もとの正４面体の表面積の（　　　）倍です。

14

下の図は、立体Ｐと立体Ｑの展開図で、立体Ｐの展開図は１辺１cmの正三角形４枚、立体Ｑの展開図は、１辺１cmの正三角形４枚と正六角形４枚でできています。



立体Ｐの展開図



立体Ｑの展開図

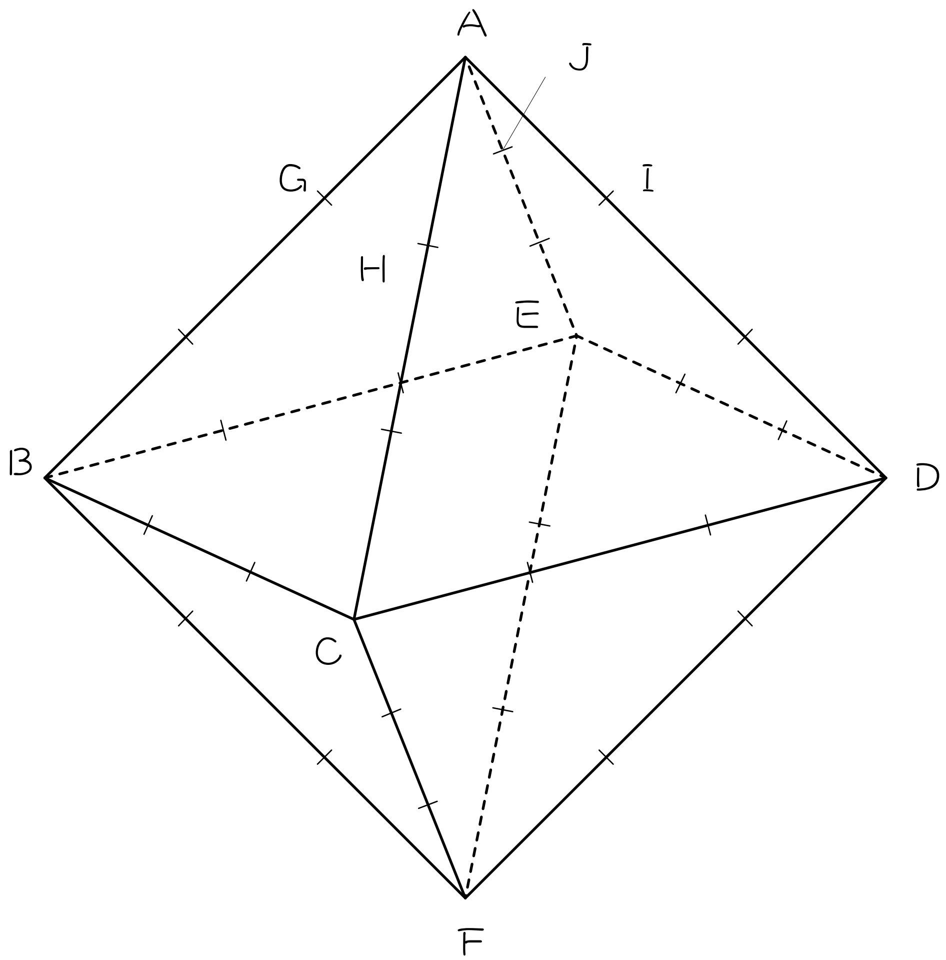
(1) 立体Ｑの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

(2) 立体Ｐと立体Ｑの表面積の比は（　　　：　　　）です。

(3) 立体Ｐと立体Ｑの体積の比は（　　　：　　　）です。

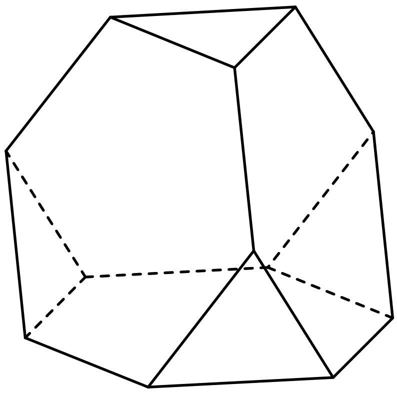
15

図のような８つの面が正三角形でできた正８面体があります。点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊは辺の３等分点の１つです。いま、１つの頂点に集まる４本の辺の３等分点のうち、その頂点に近い方の４点を通る平面で、正４面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Ａについては、点Ｇ、Ｈ、Ｉ、Ｊを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をＰとします。

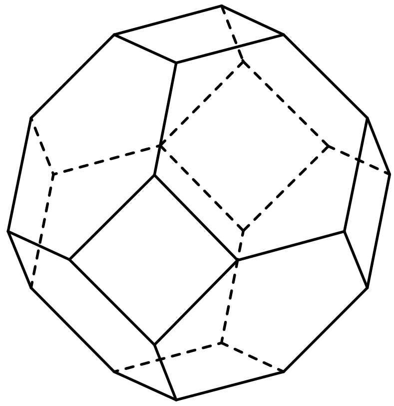


(1)　立体Ｐの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。

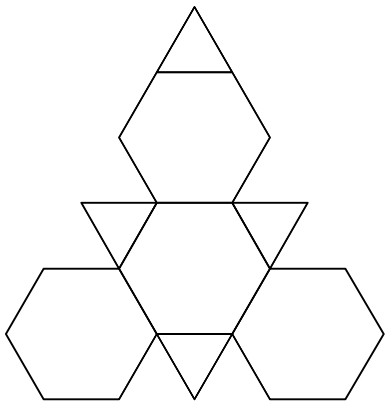
(2)　立体Ｐの体積は、もとの正８面体の体積の（　　　）倍です。

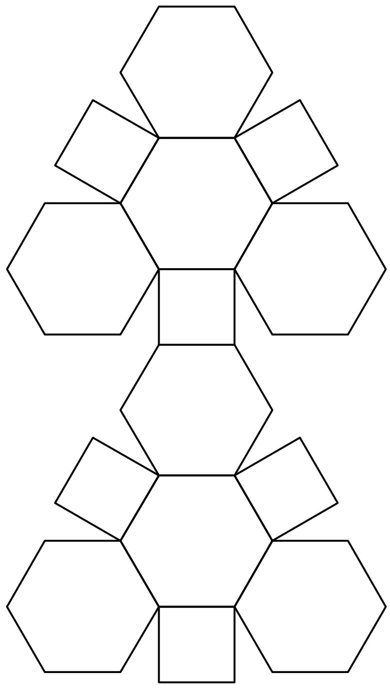


切頂４面体



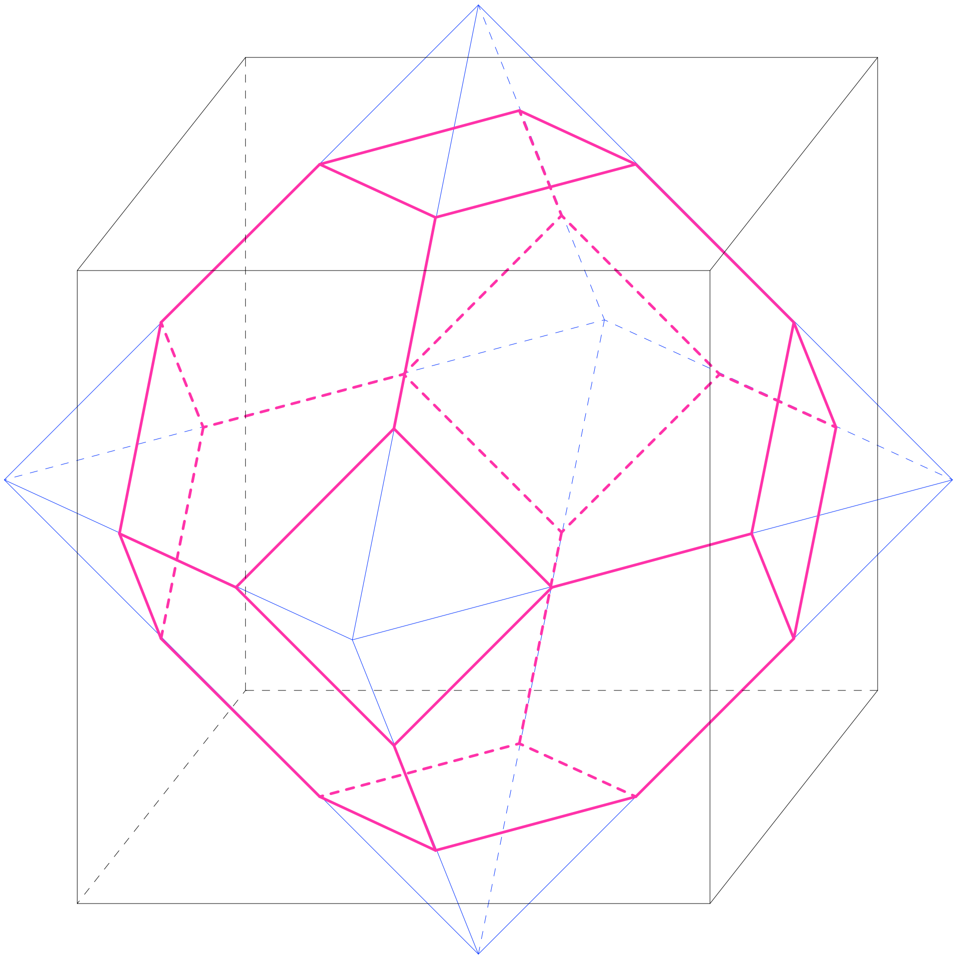
切頂８面体





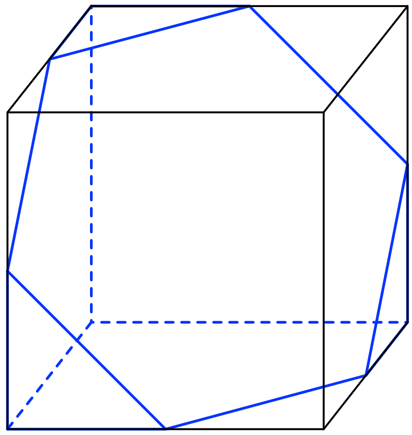
正４面体の各頂点を、各辺の３等分点のうち頂点に近い方の点を結んで切り落とすと「切頂４面体」ができます。同様にすると、正８面体からは「切頂８面体」ができます。

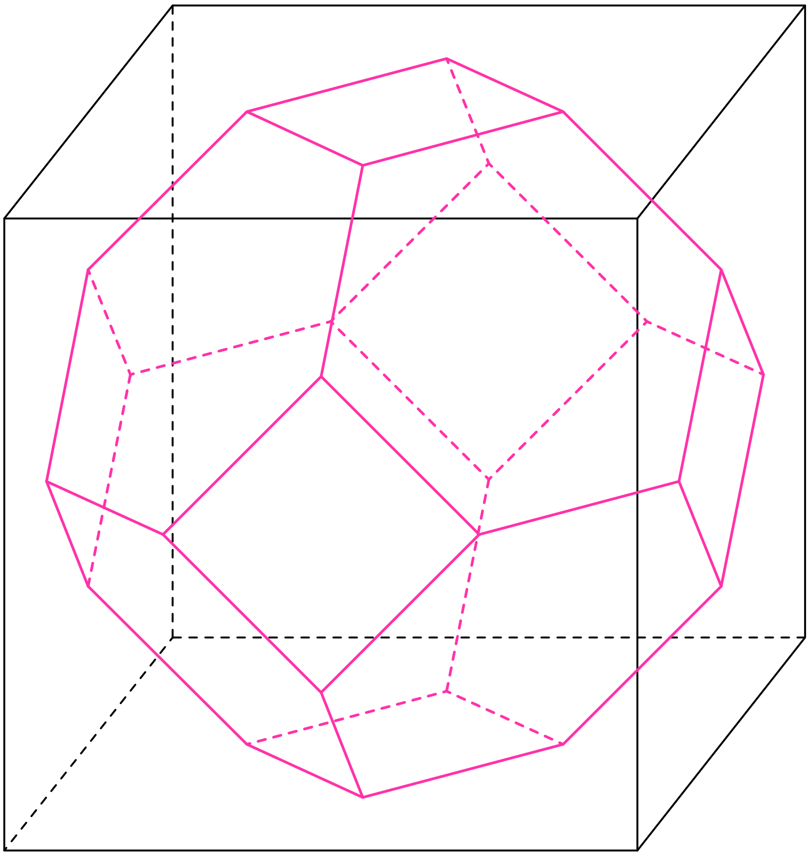
切頂４面体は、表面が正三角形と正六角形から、切頂８面体は、正方形と正六角形からできています。



切頂８面体は立方体からもつくることができます。
立方体の体積の、ちょうど半分になります。

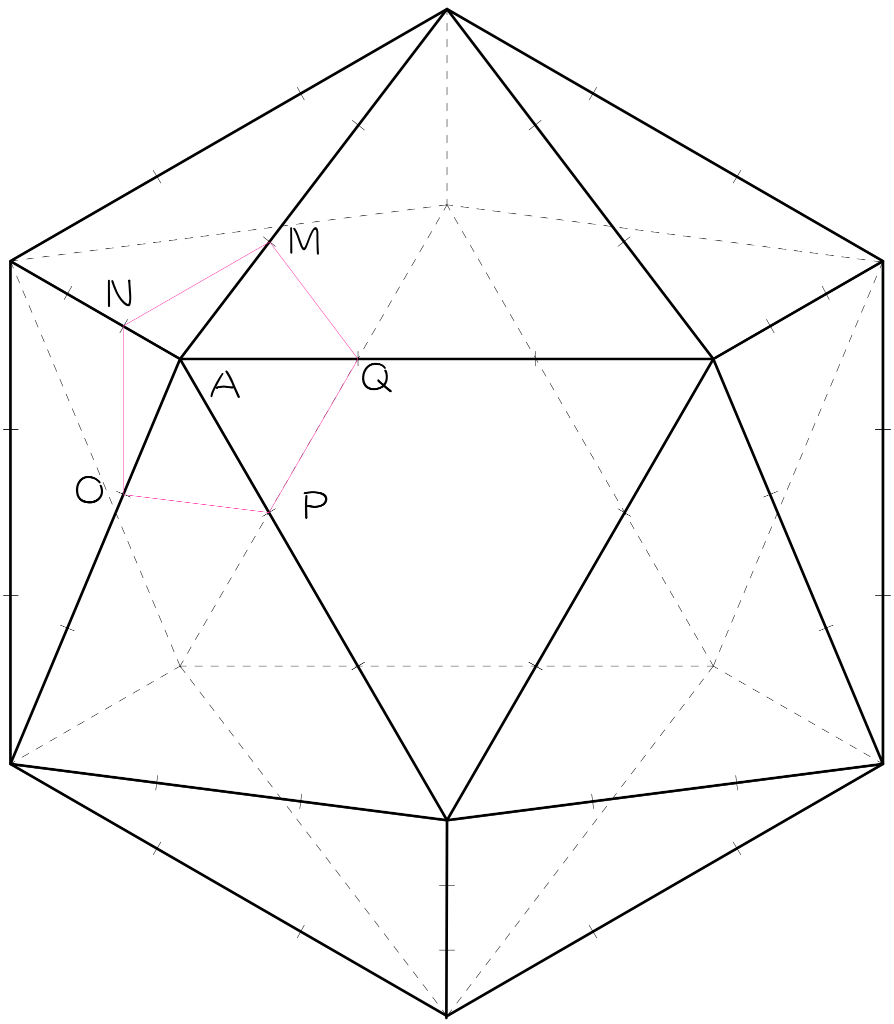
右の青い立体が８個集まって、切頂８面体になります。右の青い立体は、小さい立方体の半分なので、切頂８面体は大きな立方体の体積の半分になります。



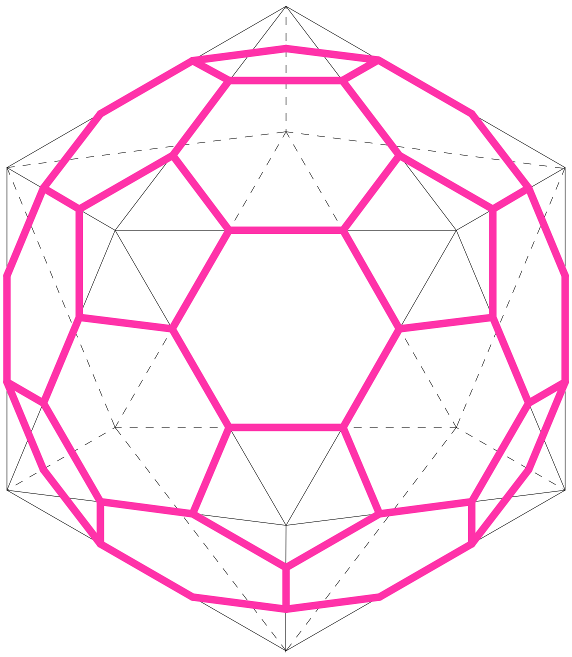


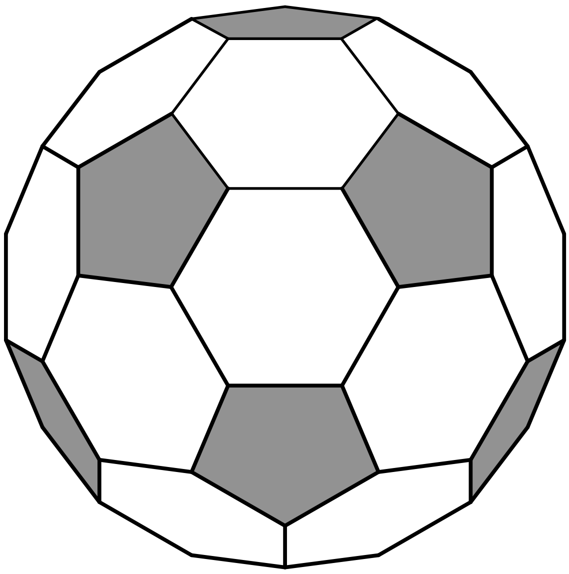
16

図のような、20個の面がすべて正三角形でできた正20面体があります。点M、N、O、Pは辺の3等分点の1つです。いま、1つの頂点に集まる5本の辺の3等分点のうち、その頂点に近い方の5点を通る平面で、正20面体のすべての頂点を切り落とします。例えば、頂点Aについては、点M、N、O、P、Qを通る平面で切り落とします。他の頂点も同様にして切り落とし、最後に残った立体をXとします

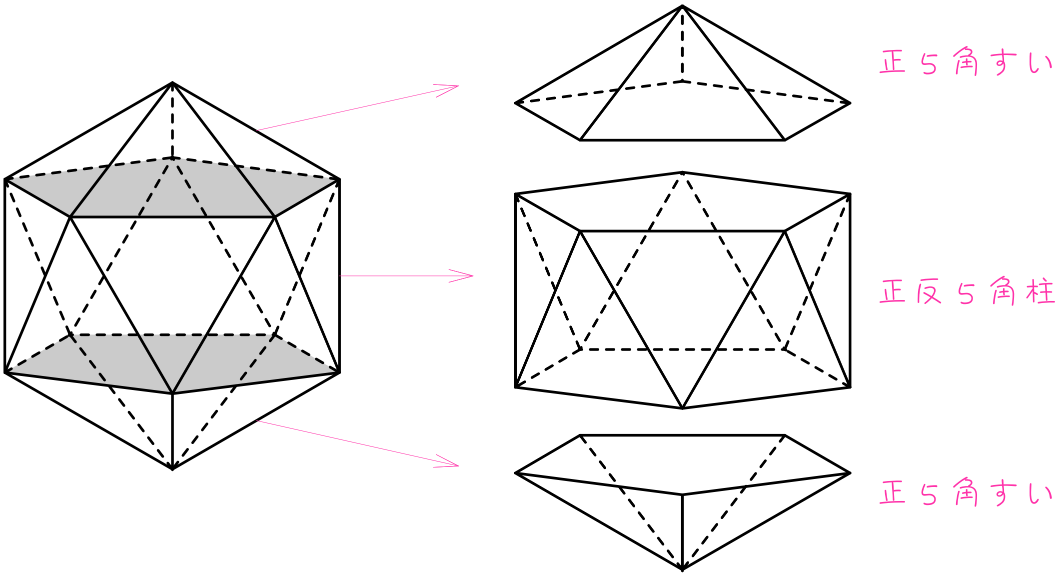


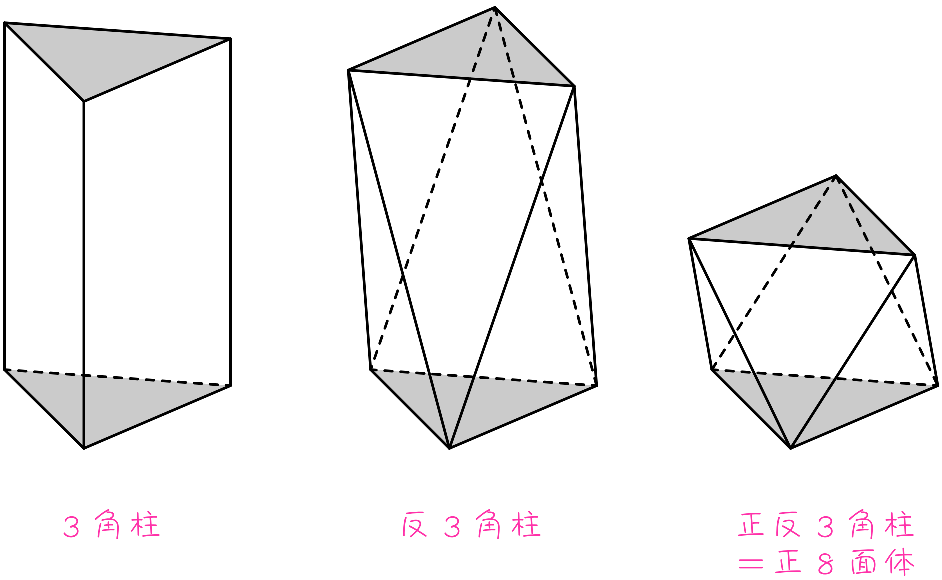
立体Xの頂点の数は（　　　）個、辺の数は（　　　）本、面の数は（　　　）面です。





正20面体の各頂点を、各辺の３等分点のうち頂点に近い方の点を結んで落とすと「切頂20面体」ができます。いわゆるサッカーボールのかたちです。





正20面体を、色のついた面（正５角形になります）で３つの部分に分けます。中央の立体は、上下の面が平行で合同な正５角形ですが、向きが反対です。５角柱がねじれたような形になっています。このような立体を、「反５角柱」といいます。正８面体は、正反３角柱でもあります。

17 ☆

図１のように、正４面体ＡＢＣＤの４つの面の中心を結んで、正４面体ＥＦＧＨをつくります。正三角形の中心は図２のように作図することを参考にして、次の問いに答えなさい。

図１

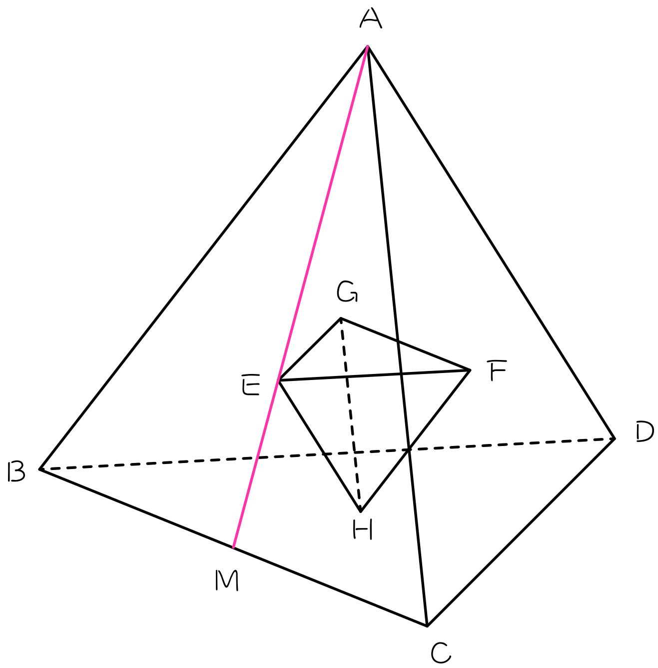
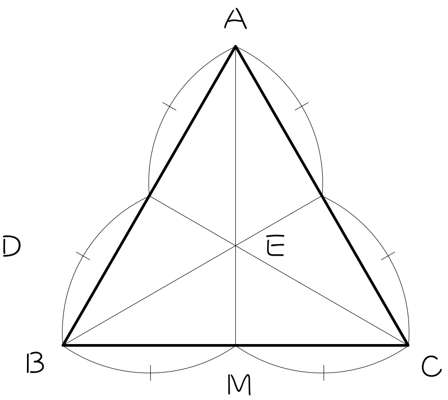


図２



(1)　ＡＥ：ＥＭを求めなさい。

(2)　正４面体ＥＦＧＨの体積は、正４面体ＡＢＣＤの体積の何倍ですか。

☆☆

18

図１のように、正８面体の４つの面の中心を結んで、立方体をつくります。図２は正８面体の面ＡＢＣを、図３は正８面体を３点ＡＭＦを通る平面で切ったときの切り口を表しています。

図１

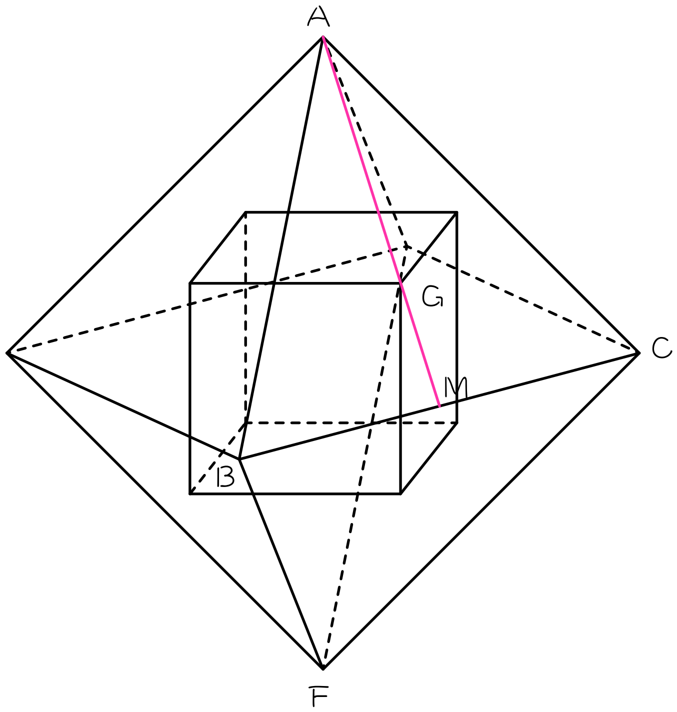


図２

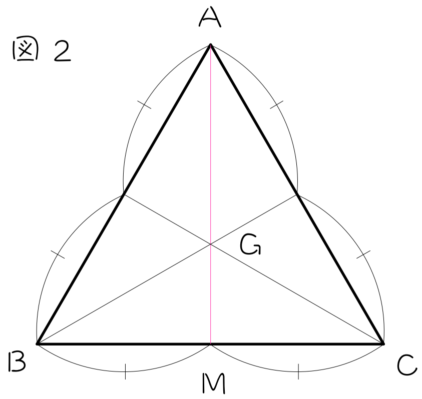
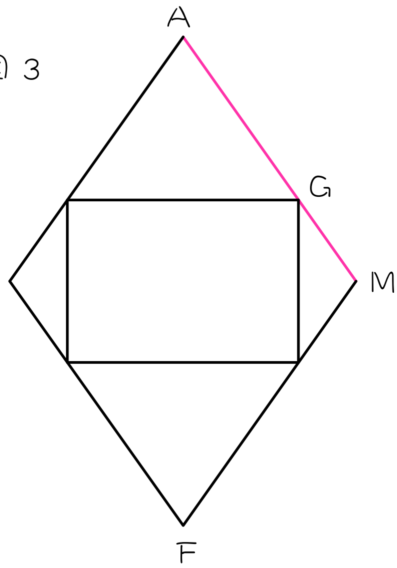


図３



(1)　図２を参考に、ＡＧ：ＧＭを求めなさい。

(2)　図３を参考に、ＡＦの長さと、立方体の１辺の長さの比を求めなさい。

(3)　正８面体と立方体の体積の比を求めなさい。

■　解答　■

1　(1)　4、正四面体、4、6、4

　　(2)　6、立方体、正六面体、8、12、6

　　(3)　8、正八面体、6、12、8

2　(1)　正12面体　(2)　30　(3)　20

3　(1)　正20面体　(2)　30　(3)　12

4　正四面体

5　正八面体、1/6

6　立方体（正六面体）

7　(1)　正八面体　(2)　1/2　(3)　1/2

8　1：4

9　(1)　正四面体　(2)　1/3　(3)　正八面体　(4)　6：2：1

10　(1)　12、24、14　(2)　5/6

11　(1)　12、24、14　(2)　5/8

12　(1)　6：8：5

13　(1)　12、18、8　(2)　23/27　(3)　7/9

14　(1)　12、18、8　(2)　1：7　(3)　1：23

15　(1)　24、36、14　(2)　8/9

16　60、90、32

17　(1)　2：1　(2)　1/27

18　(1)　2：1　(2)　3：1　(3)　9；2