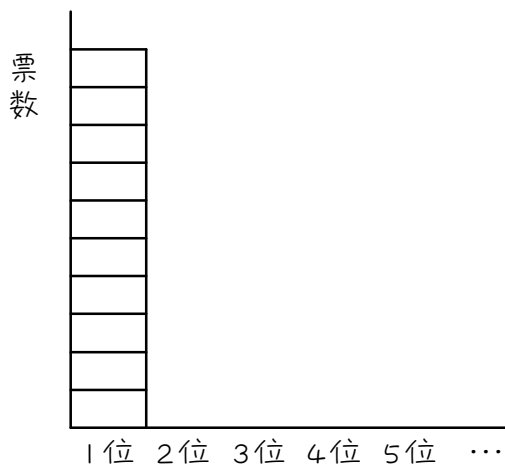


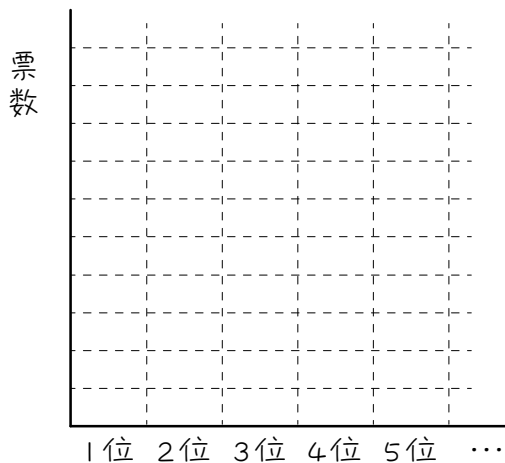
ステップ1 ~位の最大得票数を求める

1

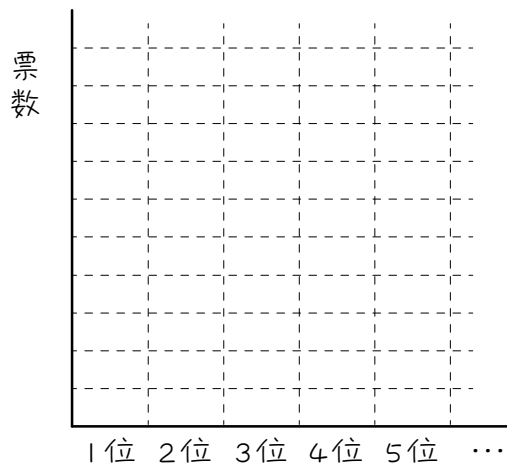
10人のクラスで、最も好きな動物のランキングを調べる投票をしました。10人全員が、自分が最も好きな動物の名前を1つ書いて投票します。このとき、「~位の動物が得ることができる最も多い票数」(最大得票数)について考えます。例えば、1位の動物の最大得票数は下の図のように、10票です。



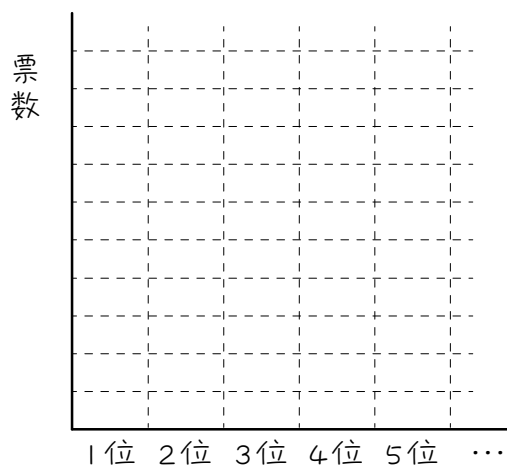
(1) 2位の動物の最大得票数は何票ですか。ただし、1位と同じ票数になる場合も含みます。下の図を利用して考えなさい。



(2) 3位の動物の最大得票数は何票ですか。ただし、1位から3位の間で同じ票数がある場合も含みます。



(3) 4位の動物の最大得票数は何票ですか。ただし、1位から4位の間で同じ票数がある場合も含みます。



2

27人のクラスで、最も好きな動物のランキングを調べる投票をしました。27人全員が、自分が最も好きな動物の名前を1つ書いて投票します。このとき、「～位の動物が得ることができる最も多い票数」(最大得票数)について考えます。()にあてはまる数を求めなさい。

(1) 2位の動物の最大得票数は、

$$() \div () = () \text{ 余り } ()$$

より、()票です。

(2) 3位の動物の最大得票数は、

$$() \div () = ()$$

より、()票です。ただし、1位から3位の間で同じ票数がある場合も含みます。

(3) 4位の動物の最大得票数は、

$$() \div () = () \text{ 余り } ()$$

より、()票です。ただし、1位から4位の間で同じ票数がある場合も含みます。

$$\square \text{位の最大得票数} = (\text{総票数} \div \square) \text{の答えの整数部分}$$

3

130 人の生徒で、最も好きな動物のランキングを調べる投票をしました。
 130 人全員が、自分が最も好きな動物の名前を 1 つ書いて投票します。
 このとき、「～位の動物が得ることができる最も多い票数」(最大得票数)
 について考えます。() にあてはまる数を求めなさい。

(1) 2 位の動物の最大得票数は、

$$() \div () = ()$$

より、() 票です。ただし 1 位と同じ票数になる場合も含みます。

(2) 3 位の動物の最大得票数は、

$$() \div () = () \text{ 余り } ()$$

より、() 票です。ただし、1 位から 3 位の間で同じ票数がある
 場合も含みます。

(3) 4 位の動物の最大得票数は、

$$() \div () = () \text{ 余り } ()$$

より、() 票です。ただし、1 位から 4 位の間で同じ票数がある
 場合も含みます。

ステップ2 当選確定の票数を求める

4 10人のクラスで1人の委員を決める投票をしました。1人が1名の名前を記入して投票します。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 最低何票とれば、当選が確定になりますか。

(2) (1)の理由を、次の①～③のように説明しました。()にあてはまる数を求めなさい。

① 当選者が1人なので、当選確定になる票数は、 $1 + 1 = (\star)$ 位の人が得ることができる最も多い票数 (最大得票数) よりも、少しでも数が多い票数です (つまり最大得票数 + 1)。

② (\star) 位の人の最大得票数は、
 $() \div () = ()$ より、() 票です。

☆は同じ数が入ります。

③ よって、当選確定の票数は、 $() + () = ()$ 票となります。

5

10人のクラスで2人の委員を決める投票をしました。1人が1名の名前を記入して投票します。このとき、最低何票とれば、当選が確定になるか、次のように考えました。()にあてはまる数を求めなさい。

(1) 当選者が2人なので、当選確定になる票数は、() + ()
 = (☆) 位の人が得ることができる最も多い票数 (最大得票数)
 よりも、少しでも数が多い票数です。

(2) (☆) 位の人の最大得票数は、
 () ÷ () = () 余り ()
 より、() 票です。☆は同じ数が入ります。

(3) (1)(2)より、当選確定の票数は、() + () = () 票
 となります。

□人を選ぶとき

当選確定の票数 = (□ + 1) 位の最大得票数 + 1

= { 総票数 ÷ (□ + 1) } の答えの整数部分 + 1

6

29人のクラスで3人の委員を決める投票をしました。1人が1名の名前を記入して投票します。このとき、最低何票とれば、当選が確実になるか、次のように考えました。()にあてはまる数を求めなさい。

(1) 当選者が3人なので、当選確実になる票数は、() + ()
 = (☆) 位の人が得ることができる最も多い票数 (最大得票数)
 よりも、少しでも数が多い票数です。

(2) (☆) 位の人の最大得票数は、
 () \div () = () 余り ()
 より、() 票です。☆は同じ数が入ります。

(3) (1)(2)より、当選確実の票数は、() + () = () 票
 となります。

7

41人のクラスで4人の保健委員を、1名記入の投票によって選ぶことになりました。最低何票とれば当選が確定になりますか。

ステップ3 無効票がある場合

8

153人の6年生の中から4人の代表を選ぶことになりました。1人1名の名前を書いて投票した結果、無効票が4票ありました。何票取れば当選確定になりますか。

無効票とは、白紙であったりして、効力のない票のこと。無効票がある場合は、全ての票数から無効票をのぞいて考えます。

無効票があるとき、総得票数＝総票数－無効票数

ステップ4 立候補がいる場合

9 43人の学級で、委員長1名と委員3名を選挙で選ぶことになり、6人の人が立候補しました。投票の方法は1人1名記入することにし、1位が委員長、2位から4位が委員になることにしました。

(1) 委員長に当選するには、何票以上取れば確定ですか。

立候補者がいても、当選確定の票数を求める方法は変わりません。

立候補者数は当選確定の票数に関係ない。

(2) 少なくとも委員に当選するためには、何票以上取れば確定ですか。

「少なくとも4人の中に入りなさい」ということ。

ステップ5 途中開票(1) - 1人を選ぶ① - 当選確定・落選確定がない

10 生徒数 200 人の学校で 1 人の生徒会長を決めます。A、B、C、D の 4 人が立候補し、クラス全員が 4 人の中から 1 人の名前を記入して投票しました。無効票はないものとして、【 】にあてはまる記号と、() にあてはまる数を求めなさい。

(1) () 票取れば当選確定になります。

140 票開票したところで、途中の結果を表にまとめると、次のようになりました。

立候補者	A	B	C	D	残り
票数	50	40	30	20	60

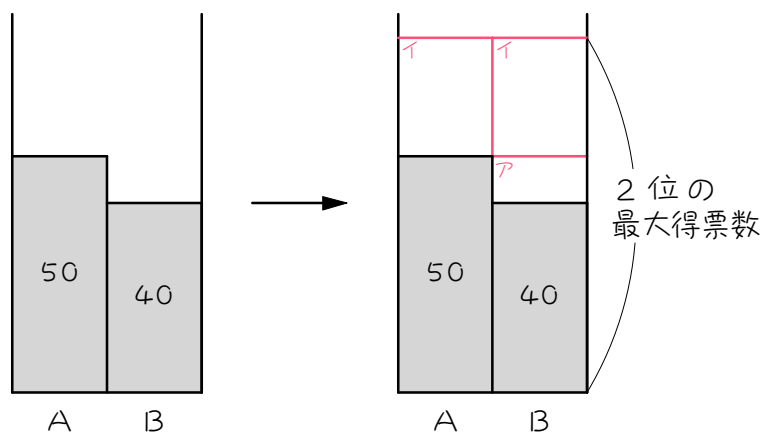
(2) A が あ と何票とれば当選確定になるか求めてみましょう。

① 当選者が 1 人なので、A が当選確定になる票数は、

$$(\quad) + (\quad) = (\star \quad) \text{ 位}$$

の最大得票数より 1 票でも多い票数です。

- ② (☆) 位の人の得票数が最大になるのは、現在Aをのぞいて最も票数の多い【 】と1、2位を争い、CとDには1票も入らないときです。よって、次の図のような、A、B2人を底面とする水そうを描き、ここに残りの60票を注ぐと考えます。☆は同じ数が入ります。



【図1】

- ③ このとき、図の $A = (\quad)$ 票、 $I = (\quad)$ 票となります。
- ④ よって、Aはあと $(I \quad) + 1 = (\quad)$ 票とれば、当選確定になります。

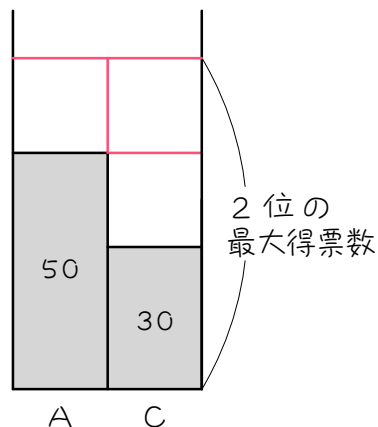
※ (2)~(5)では、たまたま当選確定がないので、別解もあります(解説参照)。しかし、当選確定がいる場合は別解では解けないので、ここでやったように、はじめから「水そう」で考えるのが得策です。

(3) Bがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ① Bが当選確実になる票数は、(☆) 位の最大得票数+1です。
- ② (☆) 位の人の得票数が最大になるのは、現在Bをのぞいて最も票数の多い【 】と1、2位を争い、【 】と【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。
- ③ よって、図1より、Bはあと、
 $(ア) + (イ) + () = ()$ 票
 とれば、当選確実になります。

(4) Cがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ① Cが当選確実になる票数は、(☆) 位の最大得票数+1です。
- ② (☆) 位の人の得票数が最大になるのは、現在Cをのぞいて最も票数の多い【 】と1、2位を争い、【 】と【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。



【図2】

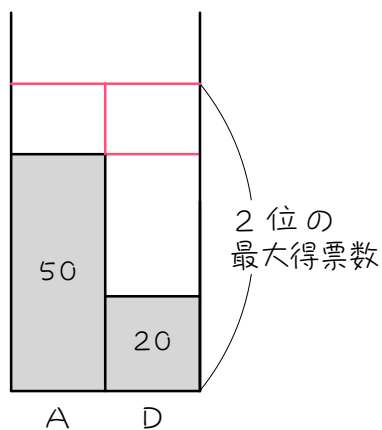
③ よって、図2より、Cはあと、

$$(\quad) + (\quad) + (\quad) = (\quad) \text{ 票}$$

とれば、当選確実になります。

(5) Dがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ・ Dが当選確実になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ・ (☆)位の人得票数が最大になるのは、現在Dをのぞいて最も票数の多い【 】と1、2位を争い、【 】と【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。



【図3】

③ よって、図3より、Dはあと、

$$(\quad) + (\quad) + (\quad) = (\quad) \text{ 票}$$

とれば、当選確実になります。

ステップ6 途中開票(2) - 1人を選ぶ② - 当選確定・落選確定がある

11

生徒数 200 人の学校で 1 人の生徒会長を決めます。A、B、C、D の 4 人が立候補し、クラス全員が 4 人の中から 1 人の名前を記入して投票しました。166 票開票したところで、途中の結果を表にまとめると、次のようになりました。無効票はないものとして、() にあてはまる数を求めなさい。

立候補者	A	B	C	D	残り
票数	76	40	30	20	34

- (1) D が残り 34 票全部取ったとしても、D の票数は () 票となり、1 位にはなれません。この時点で、D の落選は決定したことになります。
- (2) C が残り 34 票全部取ったとしても、C の票数は () 票となり、1 位にはなれません。この時点で、C の落選は決定したことになります。
- (3) B が残り 34 票全部取ったとしても、B の票数は () 票となり、1 位にはなれません。この時点で、B の落選は決定したことになります。
- 以上より、現時点で A の当選は決定したことになります。

ステップ7 途中開票(3) - 2人を選ぶ① - 当選確定・落選確定がない

12 生徒数 200 人の学校で 2 人の代表を決めます。A、B、C、D の 4 人が立候補し、クラス全員が 4 人の中から 1 人の名前を記入して投票しました。無効票はないものとして、【 】にあてはまる記号と、() にあてはまる数を求めなさい。

(1) () 票取れば当選確定になります。

140 票開票したところで、途中の結果を表にまとめると、次のようになりました。

立候補者	A	B	C	D	残り
票数	50	40	30	20	60

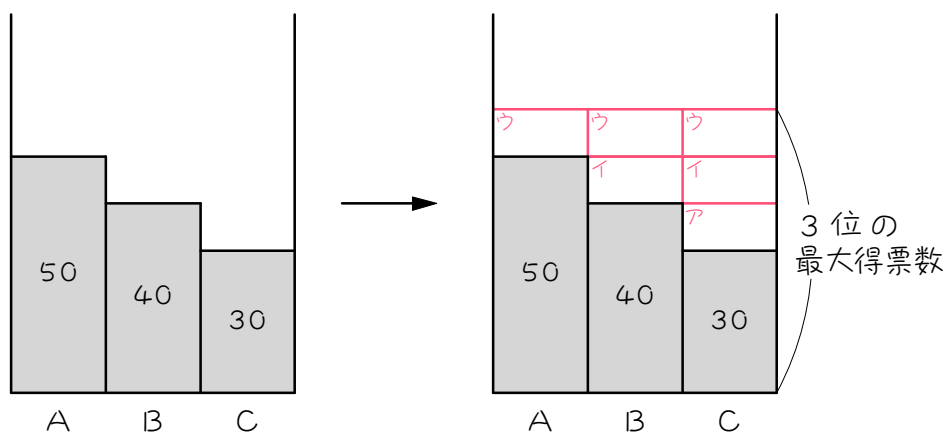
(2) A が あ と何票とれば当選確定になるか求めてみましょう。

① 当選者が 2 人なので、A が当選確定になる票数は、

$$() + () = (☆) \text{ 位}$$

の最大得票数より 1 票でも多い票数です。

- ② (☆) 位の人の得票数が最大になるのは、現在 A をのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と 1～3 位を争い、【 】には 1 票も入らないときです。よって、次の図のような、A、B、C の 3 人を底面とする水そうを描き、ここに残りの 60 票を注ぐと考えます。☆は同じ数が入ります。



【図 1】

- ③ このとき、図の ア = () 票、イ = () 票、ウ = () 票となります。
- ④ よって、A はあと (ウ) + () = () 票とれば、当選確実になります。
- ⑤ ④ のとき、A の票数は () + () = () 票になります。(1) の答えよりも少ない票数で当選確実になることが分かります。

(3) Bがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

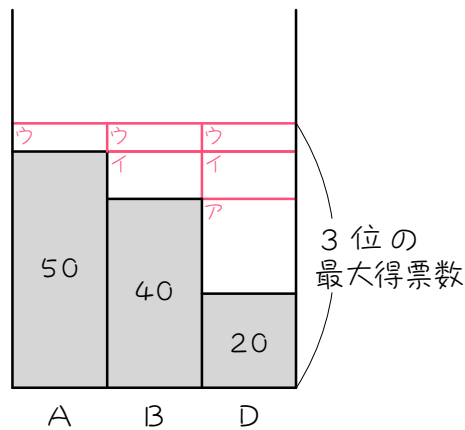
- ① Bが当選確実になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ② (☆)位の人の得票数が最大になるのは、現在Bをのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と1~3位を争い、【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。
- ③ よって、図1より、Bはあと、
- $$(イ) + (ウ) + () = () \text{票}$$
- とれば、当選確実になります。

(4) Cがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ① Cが当選確実になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ② (☆)位の人の得票数が最大になるのは、現在Cをのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と1~3位を争い、【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。
- ③ よって、図1より、Cはあと、
- $$(ア) + (イ) + (ウ) + () = () \text{票}$$
- とれば、当選確実になります。

(5) Dがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ① Dが当選確実になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ② (☆)位の人の得票数が最大になるのは、現在Dをのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と1～3位を争い、【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。



【図2】

- ③ このとき、図のア=()票、イ=()票、ウ=()票となります。ウは小数点以下を切り捨てして整数で求めます。

④ よって、図2より、Dはあと、

$$(ア) + (イ) + (ウ) + () = () \text{ 票}$$

とれば、当選確実になります。

ステップ8 途中開票(4) - 2人を選ぶ② - 当選確定・落選確定がいる

13 生徒数 200 人の学校で 2 人の代表を決めます。A、B、C、D の 4 人が立候補し、クラス全員が 4 人の中から 1 人の名前を記入して投票しました。無効票はないものとして、() にあてはまる数を求めなさい。

(1) () 票取れば当選確定になります。

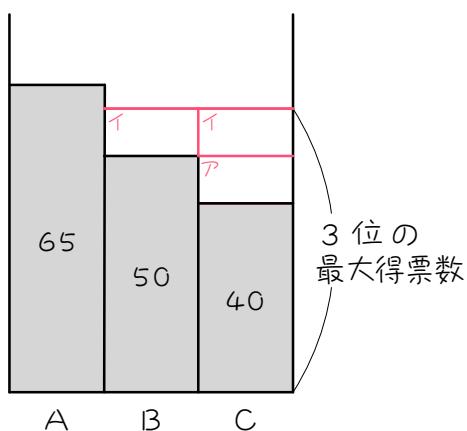
151 票開票したところで、途中の結果を表にまとめると、次のようになりました。

立候補者	A	B	C	D	残り
票数	65	50	40	15	30

(2) D が残り 30 票全部取ったとしても、D の票数は () 票となり、2 位までに入れません。この時点で、D の落選は決定したことになります。

(3) Aがあと何票とれば当選確定になるか求めてみましょう。

- ① Aが当選確定になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ② (☆)位の人得票数が最大になるのは、現在Aをのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と1~3位を争い、【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。



【図1】

- ③ このとき、図のア = ()票、イ = ()票となります。
- ④ よって、Aは(☆)位の最大得票数をすでにこえているので、この時点でAの当選は決定したことになります。また、(1)で求めた票数よりも少ない票数で当選になったことが分かります。

(4) Bがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ① Bが当選確実になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ② (☆)位の人の得票数が最大になるのは、現在Bをのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と1～3位を争い、【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。
- ③ よって、図1より、Bはあと、
(イ) + () = ()票とれば、当選確実になります。

(5) Cがあと何票とれば当選確実になるか求めてみましょう。

- ① Cが当選確実になる票数は、(☆)位の最大得票数+1です。
- ② (☆)位の人の得票数が最大になるのは、現在Cをのぞいて最も票数の多い【 】・【 】と1～3位を争い、【 】には1票も入らないときです。☆は同じ数が入ります。
- ③ よって、図1より、Cはあと、
(ア) + (イ) + () = ()票
とれば、当選確実になります。

ステップ9 練習問題

14 130名の生徒から、3人の委員を選ぶために選挙を行うことになりました。Aさん、Bさん、Cさん、Dさん、Eさん、Fさんの6人が立候補して、130人全員が1人1票を6人のうちだれかに投票します。次の問いに答えなさい。

(1) 何票入れば、確実に委員に選ばれますか。

100票開票したところで、結果が次の表1のようになりました。

立候補者	A	B	C	D	E	F
票数	16	15	20	12	24	13

【表1】

(2) Aさんはあと何票入れば、確実に委員に選ばれますか。

さらに 10 票開票したところで、結果が次の表 2 のようになりました。

立候補者	A	B	C	D	E	F
票数	19	16	21	12	29	13

【表 2】

(3) A さんはあと何票入れば、確実に委員に選ばれますか。

15

714人の生徒全員が、1人1票の投票をして得票数の多い順に生徒会役員を3名選ぶことになりました。立候補者はA、B、C、D、E、F、G、Hの8人で、次の表は、開票の途中経過です。

立候補者	A	B	C	D	E	F	G	H
票数	120	92	108	77	69	110	61	53

(1) 開票されていないのは何票ですか。

(2) この時点で当選が決定しているのは誰ですか。

(1)の結果から考えなさい。または、(4)のあとで考えなさい。

(3) この時点で落選が決定しているのは誰ですか。

(1)の結果から考えなさい。

(4) Cが3位以内になるためには、あと何票獲得しなければなりませんか。

■ 解答 ■

1 (1) 5 票 (2) 3 票 (3) 2 票

2 (1) $27 \div 2 = 13$ 余り 1, 13

(2) $27 \div 3 = 9$, 9

(3) $27 \div 4 = 6$ 余り 3, 6

3 (1) $130 \div 2 = 65$, 65

(2) $130 \div 3 = 43$ 余り 1, 43

(3) $130 \div 4 = 32$ 余り 2, 32

4 (1) 6

(2) ① 2

② $10 \div 2 = 5$, 5

③ $5 + 1 = 6$

5 (1) $2 + 1 = 3$

(2) 3, $10 \div 3 = 3$ 余り 1, 3

(3) $3 + 1 = 4$

6 (1) $3 + 1 = 4$

(2) 4, $29 \div 4 = 7$ 余り 1, 7

(3) $7 + 1 = 8$

7 9 票

8 30 票

9 (1) 22 票 (2) 9 票

10 (1) 101

(2) ① $1 + 1 = 2$

② 2, B

③ 10, 25

④ 25, 26

(3) ① 2

② 2, A, C, D,

$10 + 25 + 1 = 36$

(4) ① 2

② 2, A, B, D,

③ $20 + 20 + 1 = 41$

(5) ① 2

② 2, A, B, C,

③ $30 + 15 + 1 = 46$

11 (1) 54 (2) 64 (3) 74

12 (1) 67

(2) ① $2 + 1 = 3$

② 3, B, C, D

③ 10, 10, 10

④ $10 + 1 = 11$

⑤ $50 + 11 = 61$

(3) ① 3

② 3, A, C, D

③ $10 + 10 + 1 = 21$

(4) ① 3

② 3, A, B, D

③ 20, 10, 6

④ $10 + 10 + 10 + 1 = 31$

(5) ① 3

② 2, A, B, C

③ 20, 10, 6

④ $20 + 10 + 6 + 1 = 37$

13 (1) 67

(2) 45

(3) ① 3

② 3, B, C, D

③ 10, 10

④ 3

(4) ① 3

② 3, A, C, D

③ $10 + 1 = 11$

(5) ① 3

② 3, A, B, D

③ $10 + 10 + 1 = 21$

14 (1) 33 票 (2) 11 票 (3) 7 票

15 (1) 24 票

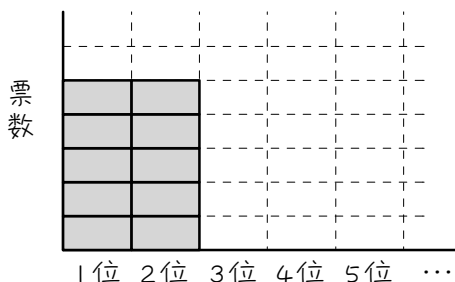
(2) A

(3) D, E, G, H

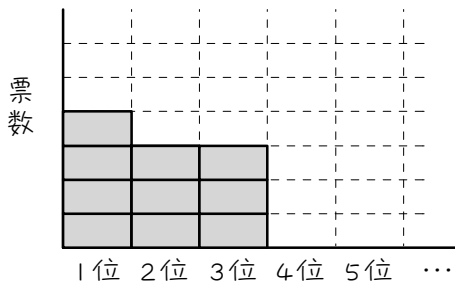
(4) 4 票

■ 解説 ■

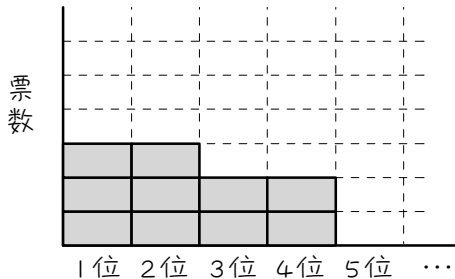
1 (1)



(2)



(3)



10 【別解】

(2)・Aが当選確実になるには、 $1 + 1 = 2$ (位)の最大得票数より1票でも多ければよい。

・2位の得票数が最大になるのは、C、Dには1票も入らず、1～2位をA、B 2人で争うときなので、全票数からC、Dの得票数をのぞいた、

$$200 - (30 + 20) = 150(\text{票})$$

を、AとBが争うと考える。

・ $150 \div 2 = 75(\text{票})$ …2位の最大得票数

・ $75 + 1 = 76(\text{票})$ …当選確実の票数

・よって、Aはあと、 $76 - 50 = 26(\text{票})$ で当選確実。

(2)・(1)と同様にして、Bはあと、 $76 - 40 = 36(\text{票})$ で当選確実。

(3)・2位の得票数が最大になるのは、B、Dには1票も入らず、1～2位をA、C 2人で争うときなので、全票数からB、Dの得票数をのぞいた、

$$200 - (40 + 20) = 140(\text{票})$$

を、AとCが争うと考える。

・ $140 \div 2 = 70(\text{票})$ …2位の最大得票数

・ $70 + 1 = 71(\text{票})$ …当選確実の票数

・よって、Cはあと、 $71 - 30 = 41(\text{票})$ で当選確実。

(3)・2位の得票数が最大になるのは、B、Cには1票も入らず、1～2位をA、D 2人で争うときなので、全票数からB、Cの得票数をのぞいた、

$$200 - (40 + 30) = 130(\text{票})$$

を、AとDが争うと考える。

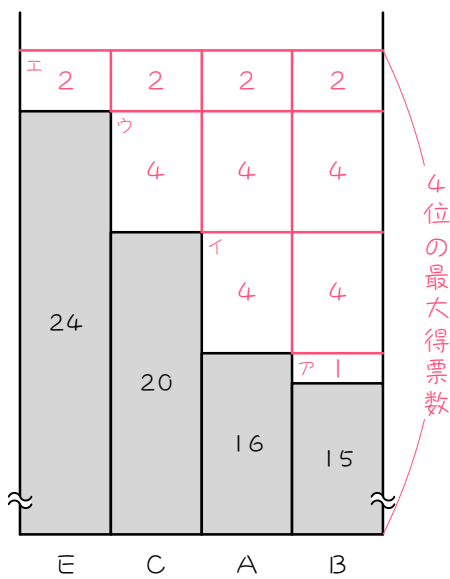
・ $130 \div 2 = 65(\text{票})$ …2位の最大得票数

・ $65 + 1 = 66(\text{票})$ …当選確実の票数

・よって、Dはあと、 $66 - 20 = 46(\text{票})$ で当選確実。

- 14 (1) $3 + 1 = 4$ (位)の最大得票数よりも
1票でも多ければ当選。
 ・ $130 \div 4 = 32$ 余り 2 より、
 4位の最大得票数は 32票。
 ・ よって、 $32 + 1 = 33$ (票)

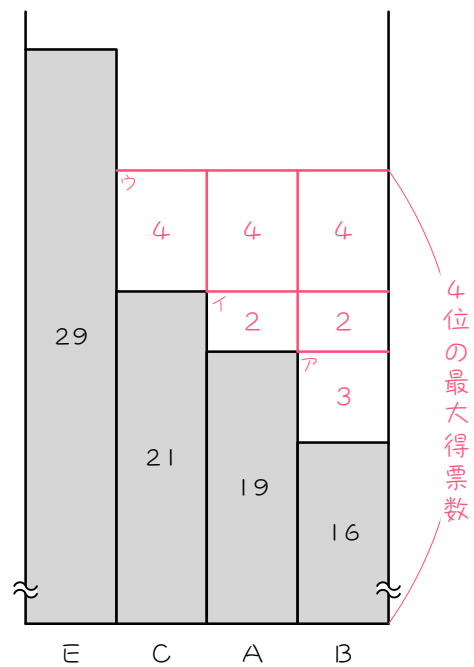
- (2) $130 - 100 = 30$ (票) \dots 残り
 ・ $3 + 1 = 4$ (位)の最大得票数よりも 1
 票でも多ければ当選。
 ・ 4位の得票数が最も大きくなるのは、
 現在Aをのぞいて最も票数の多い、E、
 C、Bと1~4位を争い、D、Fには
 1票も入らないとき。
 ・ よって、E、C、A、Bの4人を底面
 とする水そうを描き、残り 30票を注
 ぐと考えます。



- $16 - 15 = 1 \dots \dots$ ア
 $20 - 16 = 4 \dots \dots$ イ
 $24 - 20 = 4 \dots \dots$ ウ
 $30 - (1 + 4 \times 5) = 9$
 $9 \div 4 = 2$ 余り 1 より、 $イ = 2$
 ・ よって、Aはあと
 $4 + 4 + 2 + 1 = 11$ (票)
 で当選確定。

- (3) $30 - 10 = 20$ (票) \dots 残り

- ・ (2)と同様に考えます。



- $19 - 16 = 3 \dots \dots$ ア
 $21 - 19 = 2 \dots \dots$ イ
 $20 - (3 + 2 + 2) = 13$
 $13 \div 3 = 4$ 余り 1 より、 $ウ = 4$
 ・ よって、Aはあと
 $2 + 4 + 1 = 7$ (票)
 で当選確定。

15 (1) $\cdot 120 + 92 + 108 + 77 + 69 + 110 + 61 + 53 = 690$ (票)
 $\cdot 714 - 690 = \underline{24}$ (票)

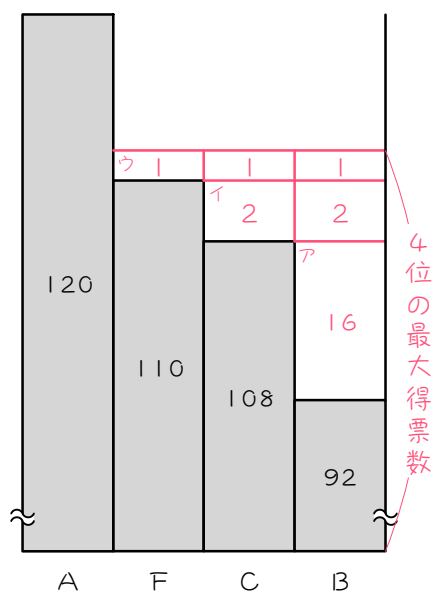
(2) \cdot 分かりやすいように、票数の多い順に並べかえます。

A	F	C	B	D	E	G	H
120	110	108	92	77	69	61	53

\cdot 残り 24 票がどのように分配されようとも A は 3 位以内に入るので、A は当選決定。(正確な説明は(4)になります。)

- (3) \cdot 下の順位の人から、あと 24 票全部を取った場合 3 位以内に入るか調べます。
- \cdot H は $53 + 24 = 77$ (票)なので落選決定。
 - \cdot G は $61 + 24 = 85$ (票)なので落選決定。
 - \cdot E は $69 + 24 = 93$ (票)なので落選決定。
 - \cdot D は $77 + 24 = 101$ (票)なので落選決定。
 - \cdot B は $92 + 24 = 116$ (票)なので、まだ 3 位以内に入る可能性あり。
 - \cdot 以上より、落選決定は D、E、G、H。

- (4) $\cdot 3 + 1 = 4$ (位)の最大得票数より 1 票でも多ければ当選確定。
- \cdot 4 位の得票数が最も大きくなるのは、現在 C をのぞいて最も票数の多い、A、F、B と 1~4 位を争い、D、E には 1 票も入らないとき。
 - \cdot よって、A、F、C、B の 4 人を底面とする水そうを描き、残り 24 票を注ぐと考えます。



$$108 - 92 = 16 \dots \text{ア}$$

$$110 - 108 = 2 \dots \text{イ}$$

$$24 - (16 + 2 + 2) = 4$$

$$4 \div 3 = 1 \text{ 残り } 1 \text{ より、エ} = 1$$

- \cdot よって、C はあと $2 + 1 + 1 = \underline{4}$ (票)で当選確定。