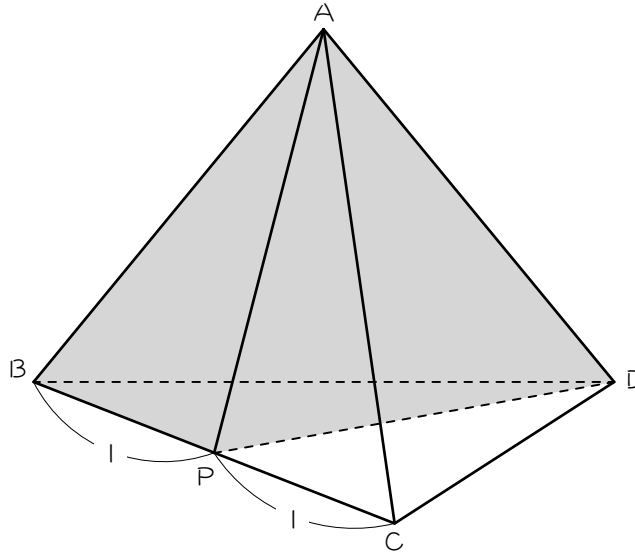


ステップ 1

1

図のような三角すい $ABCD$ があり、 $BP : PC = 1 : 1$ です。このとき、三角すい $ABPD$ の体積が、三角すい $ABCD$ の体積の何倍かを求めようと思います。



- (1) すいの体積は、「底面積 \times 高さ $\times \frac{1}{3}$ 」で求められるので、底面積の割合と高さの割合が分かれば、体積の割合も分かります。

三角すい $ABPD$ の底面を三角形 BPD 、三角すい $ABCD$ の底面を三角形 BCD とすると、三角すい $ABPD$ の底面積は三角すい $ABCD$ の底面積の () 倍です。

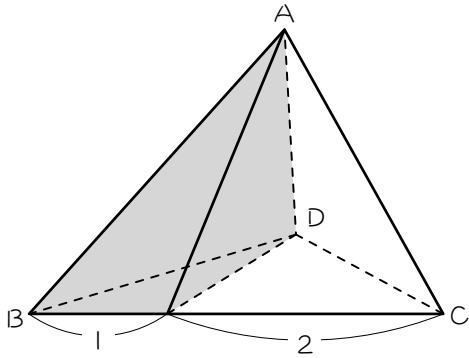
- (2) (1) のとき、三角すい $ABPD$ の高さは三角すい $ABCD$ の高さの () 倍です。

- (3) (1)(2) より、三角すい $ABPD$ の体積は、三角すい $ABCD$ の体積の () 倍です。

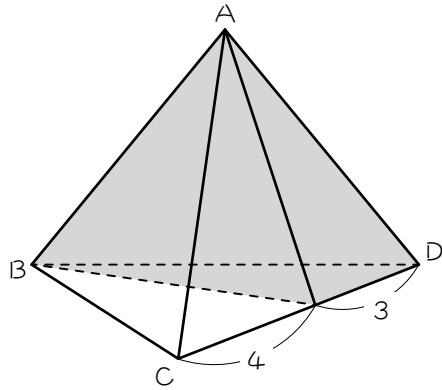
2

次の(1)~(6)において、色のついた三角すいの体積は、三角すいA B C Dの体積の何倍ですか。ただし、図中の数字は、辺を分ける比を表しています。

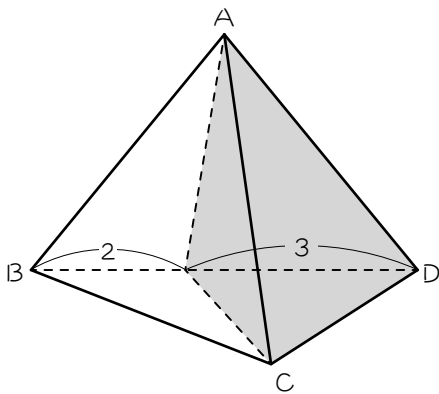
(1)



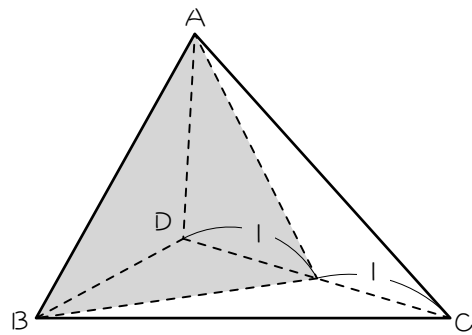
(2)



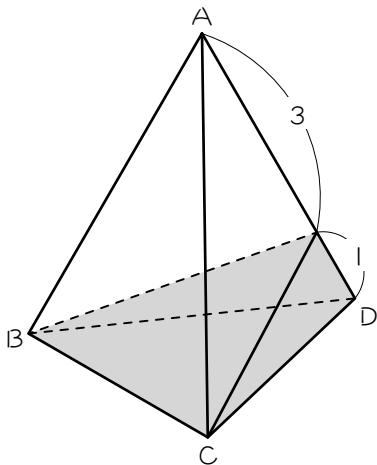
(3)



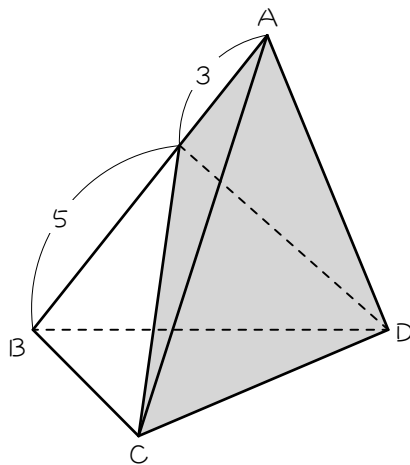
(4)



(5)



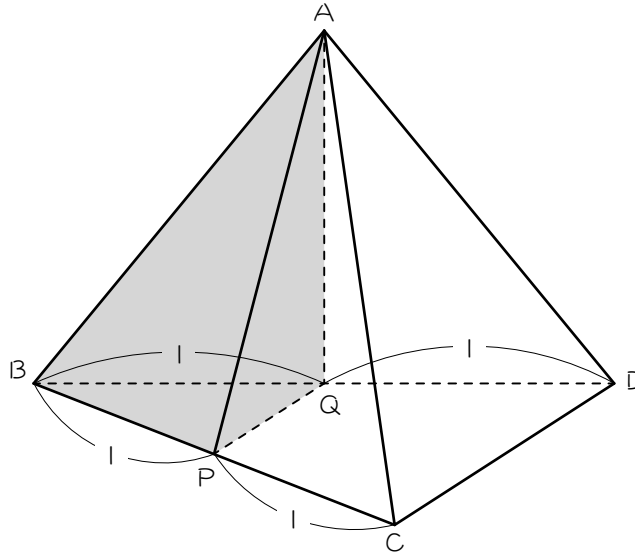
(6)



ステップ2

3

図のような三角すい $ABCD$ があり、 $BP : PC = BQ : QD = 1 : 1$ です。

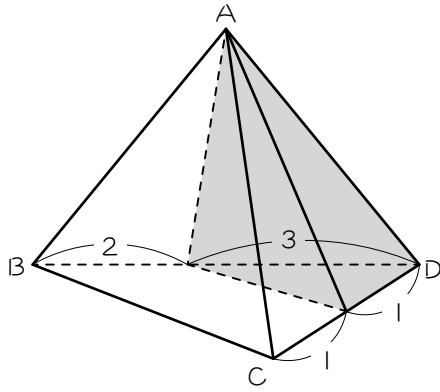


- (1) 三角すい $ABPQ$ の底面を三角形 BPQ 、三角すい $ABCD$ の底面を三角形 BCD とすると、三角すい $ABPQ$ の底面積は三角すい $ABCD$ の底面積の
 () \times () = () 倍です。
- (2) (1) のとき、三角すい $ABPQ$ の高さは三角すい $ABCD$ の高さの () 倍です。
- (3) (1)(2) より、三角すい $ABPQ$ の体積は、三角すい $ABCD$ の体積の () 倍です。

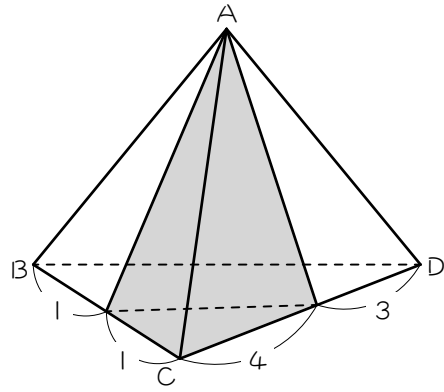
4

次の(1)~(3)において、色のついた三角すいの体積は、三角すいA B C Dの体積の何倍ですか。ただし、図中の数字は、辺を分ける比を表しています。

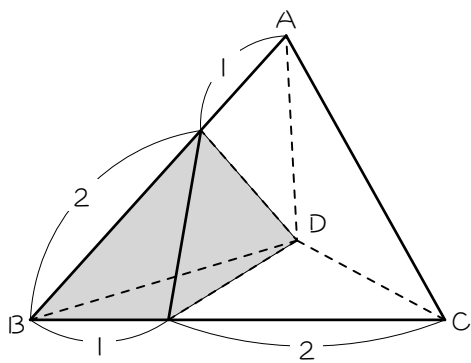
(1)



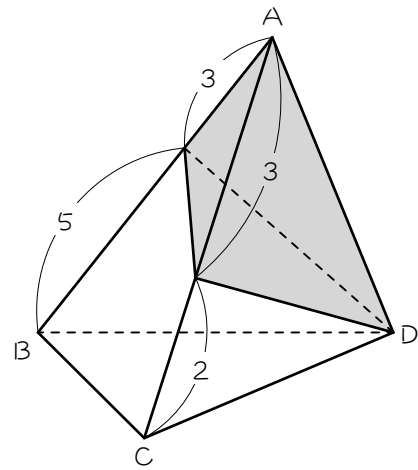
(2)



(3)



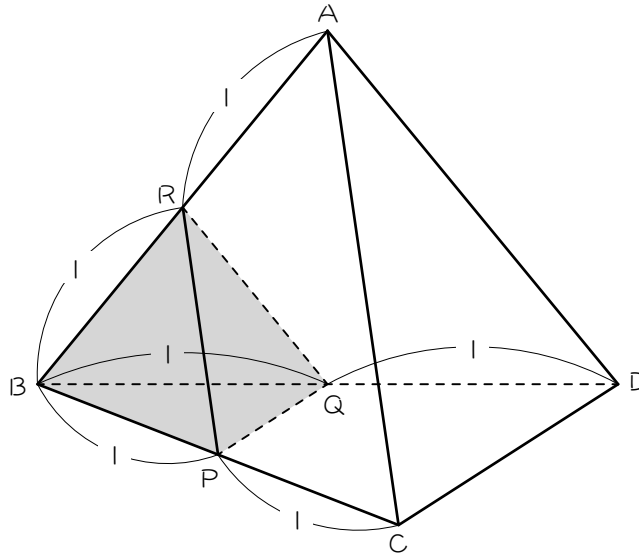
(4)



ステップ3

5

図のような三角すい $ABCD$ があり、 $BP : PC = BQ : QD = BR : RA = 1 : 1$ です。

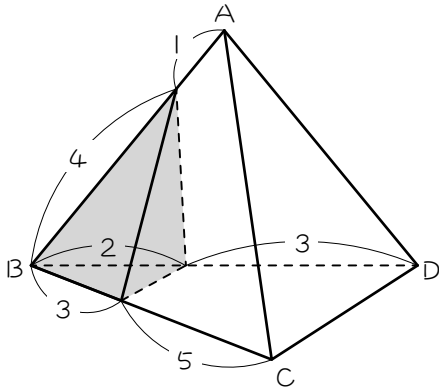


- (1) 三角すい $ABPQ$ の底面を三角形 BPQ 、三角すい $ABCD$ の底面を三角形 BCD とすると、三角すい $ABPQ$ の底面積は三角すい $ABCD$ の底面積の () \times () 倍です。
- (2) (1) のとき、三角すい $ABPQ$ の高さは三角すい $ABCD$ の高さの () 倍です。
- (3) (1)(2) より、三角すい $ABPQ$ の体積は、三角すい $ABCD$ の体積の () \times () \times () = () 倍です。

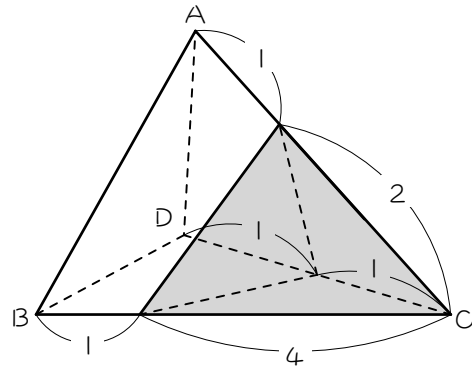
6

次の(1)~(3)において、色のついた三角すいの体積は、三角すいA B C Dの体積の何倍ですか。ただし、図中の数字は、辺を分ける比を表しています。

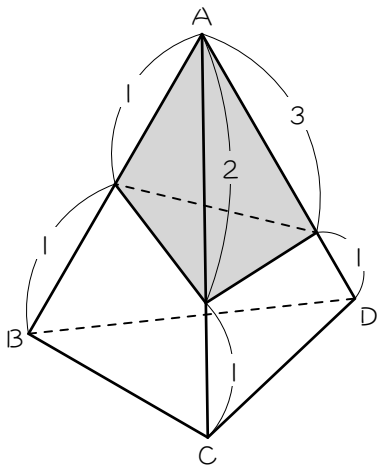
(1)



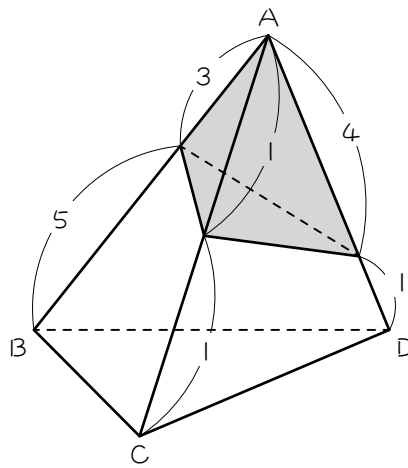
(2)



(3)



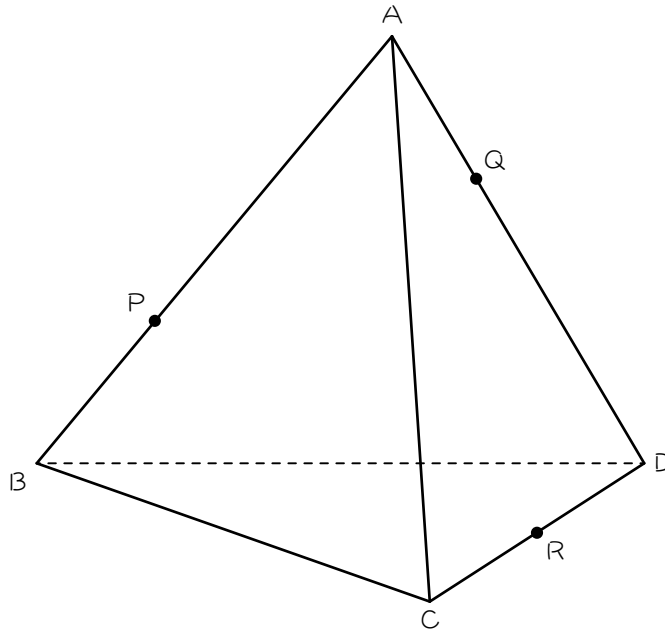
(4)



ステップ4 切り口の作図

7

図のような三角すい $ABCD$ を3点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断するとき、切り口を次の手順で作図しなさい。



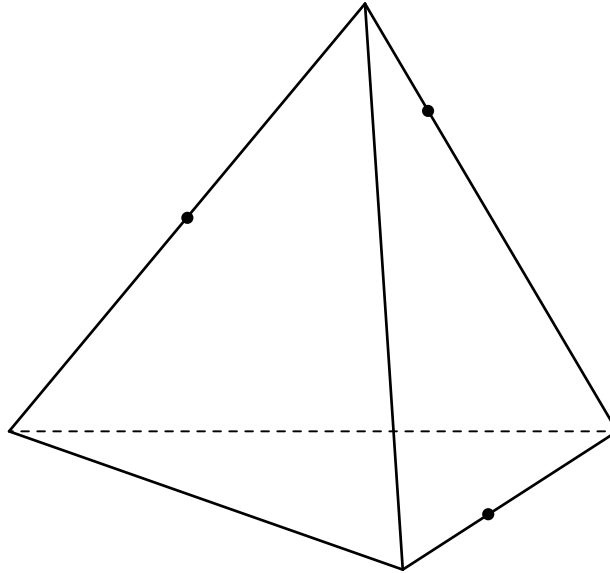
<手順>

- ① P と Q 、 Q と R を結ぶ。<同一平面上の2点を結ぶ>
- ② QP を P の方に、 DB を B の方に延長し、交点を S とする。
- ③ S と R を結ぶ。<同一平面上の2点を結ぶ>
- ④ SR と辺 BC の交点を T とする。
- ⑤ P と T を結ぶ。<同一平面上の2点を結ぶ>

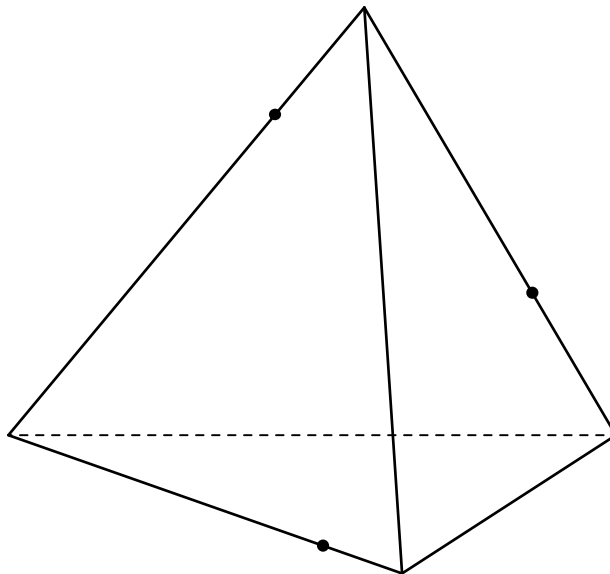
8

図のような三角すいを●を通る平面で切断するとき、切り口を作図しなさい。

(1)

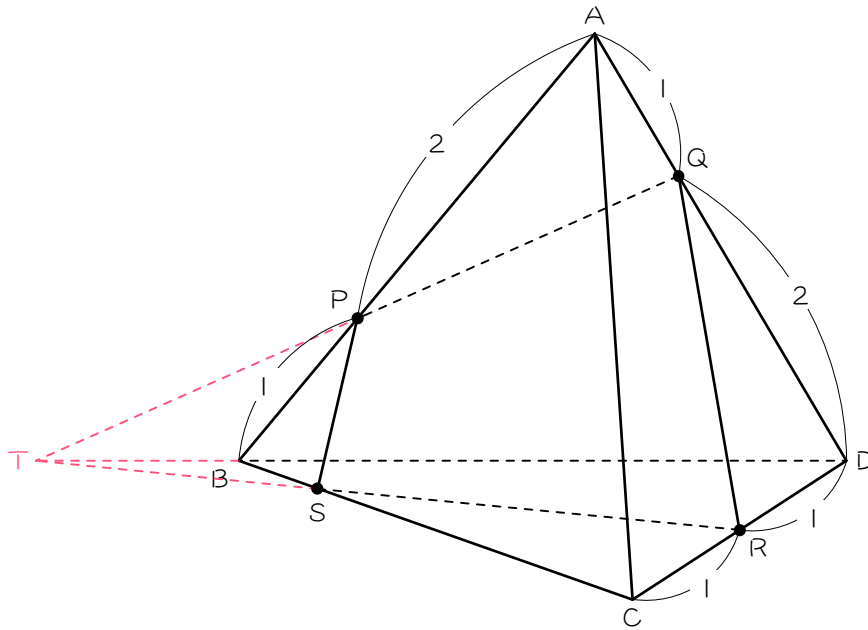


(2)

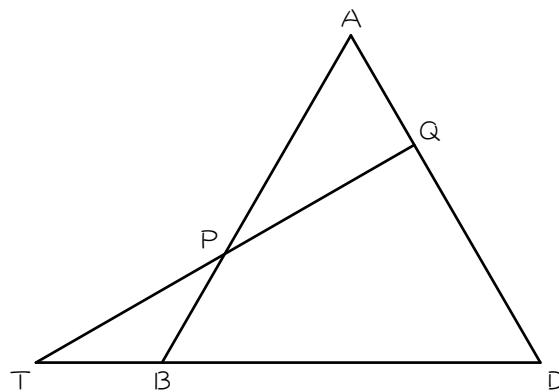


ステップ5 長さを求める

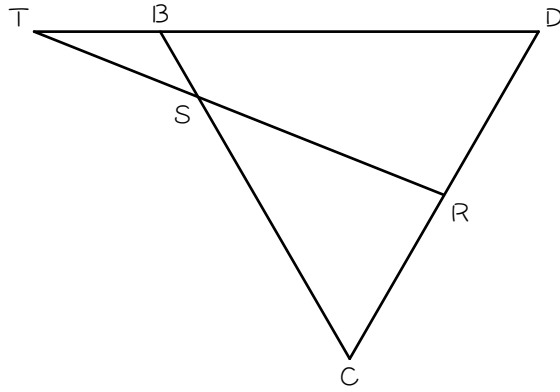
9 図のような三角すい $ABCD$ があり、 $AP : PB = 2 : 1$ 、 $AQ : QD = 1 : 2$ 、 $CR : RD = 1 : 1$ です。三角すい $ABCD$ を 3 点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断するとき、次の問いに答えなさい。



(1) 下の図を利用して、 $TB : BD$ を求めなさい。

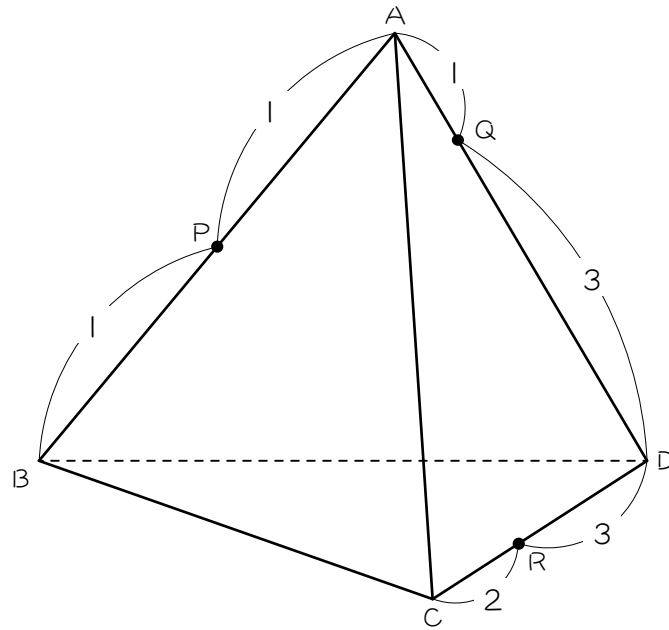


(2) (1)の結果と下の図を利用して、 $BS : SC$ を求めなさい。



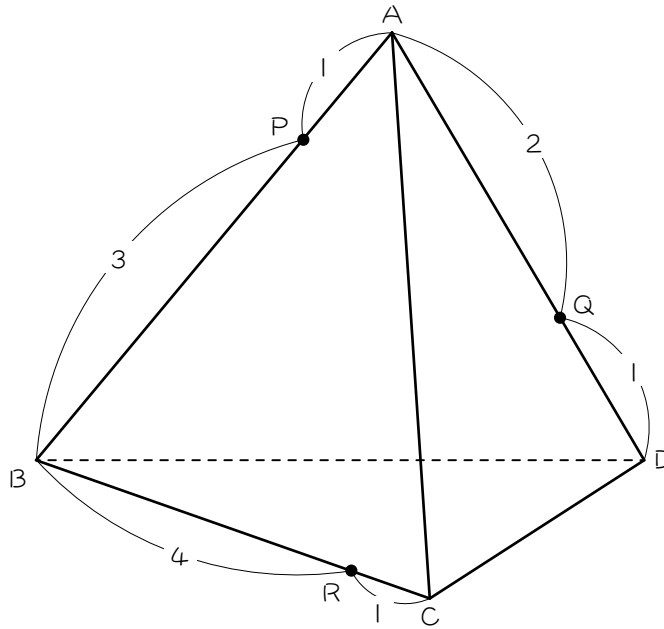
10

図のような三角すい $ABCD$ があり、 $AP : PB = 1 : 1$ 、 $AQ : QD = 1 : 3$ 、 $CR : RD = 2 : 3$ です。三角すい $ABCD$ を 3 点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断します。切り口と辺 BC の交点を S とするとき、 $BS : SC$ を求めなさい。





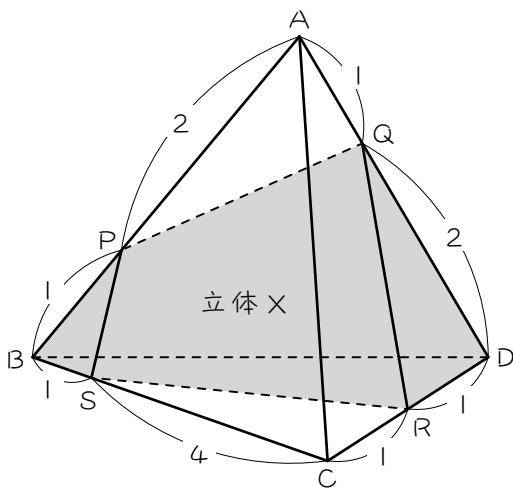
図のような三角すい $ABCD$ があり、 $AP : PB = 1 : 3$ 、 $AQ : QD = 2 : 1$ 、 $BR : RC = 4 : 1$ です。三角すい $ABCD$ を 3 点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断します。切り口と辺 CD の交点を S とするとき、 $CS : SD$ を求めなさい。



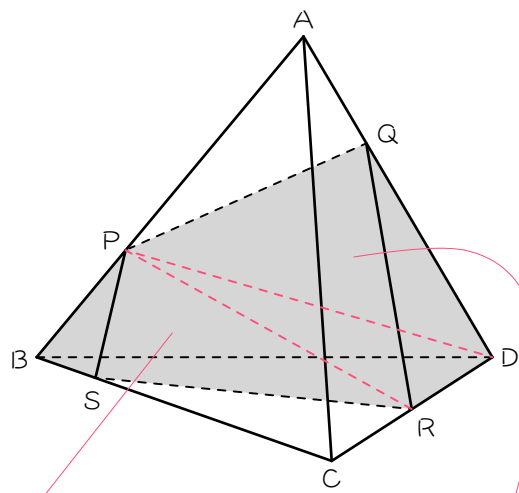
ステップ6 体積を求める

12

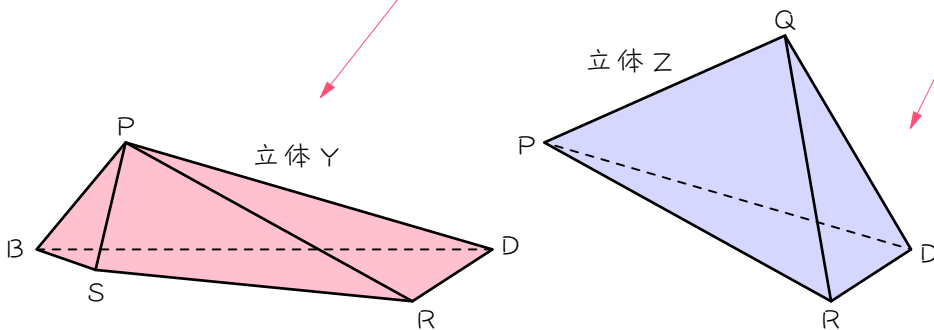
図1のような三角すいABCDがあり、 $AP:PB=2:1$ 、 $AQ:QD=1:2$ 、 $CR:RD=1:1$ 、 $BS:SC=1:5$ です。三角すいABCDを3点P、Q、Rを通る平面で切断したとき、点Bを含む方の立体（色のついた部分の立体）を立体Xとします。立体Xの体積が、三角すいABCDの体積の何倍かを求めようと思います。



【図1】

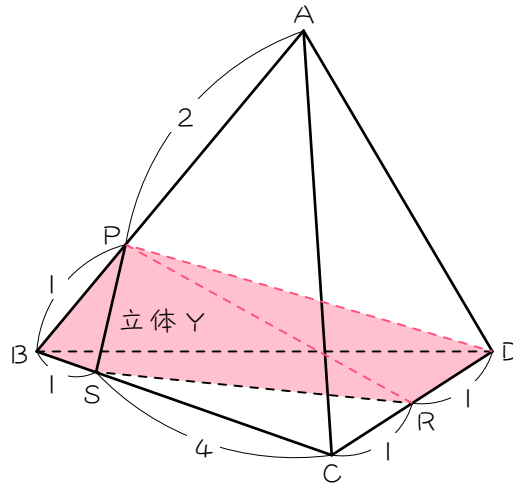


【図2】



【図3】

このままでは求められないので、図2、図3のように立体Xを3点P、R、Dを通る平面で切断し、2つの立体に分けます。このとき、Bを含む方の立体を立体Y、Qを含む方の立体を立体Zとします。



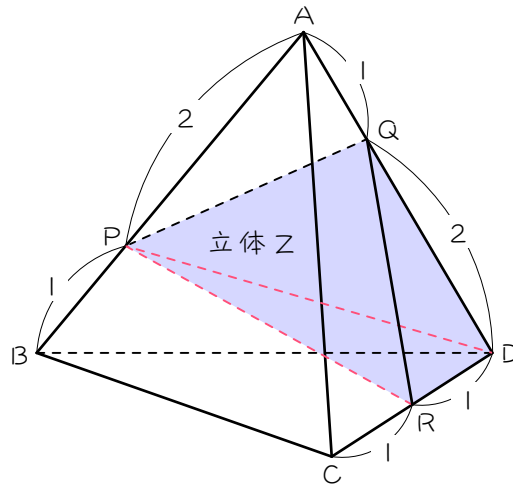
【図4】

(1) 立体Yについて考えます。

- ① 立体Yの底面を四角形BSRD、三角すいABCDの底面を三角形ABCとすると、立体Yの底面積は三角すいABCDの底面積の（ ）倍です。

- ② ①のとき、立体Yの高さは三角すいABCDの高さの（ ）倍です。

- ③ ①②より、立体Yの体積は三角すいABCDの体積の（ ）倍です。



【図 5】

(2) 立体 Z について考えます。

① 立体 Z の底面を三角形 Q R D、三角すい A B C D の底面を三角形 A C D とすると、
立体 Z の底面積は三角すい A B C D の底面積の () 倍です。

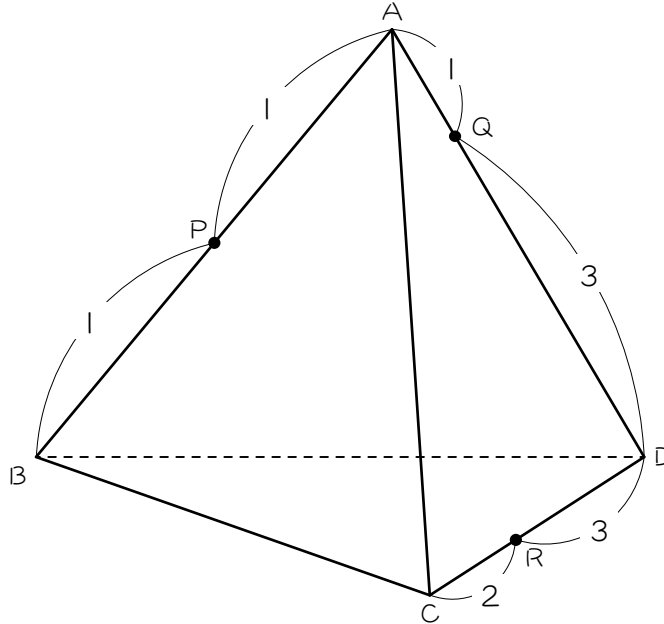
② ① のとき、立体 Z の高さは三角すい A B C D の高さの () 倍です。

③ ①② より、立体 Z の体積は三角すい A B C D の体積の () 倍です。

(3) (1)(2) より、立体 X の体積は三角すい A B C D の体積の () 倍となります。

13

図のような三角すい $ABCD$ があり、 $AP:PB=1:1$ 、 $AQ:QD=1:3$ 、 $CR:RD=2:3$ です。三角すい $ABCD$ を 3 点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断します。切り口と辺 BC の交点を S とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) $BS:SC$ を求めなさい。

(2) 点Bを含む方の立体を立体Xとします。さらに、立体Xを3点P、R、Dを通る平面で切断し、2つの立体に分けます。このとき、Bを含む方の立体を立体Y、Qを含む方の立体を立体Zとします。

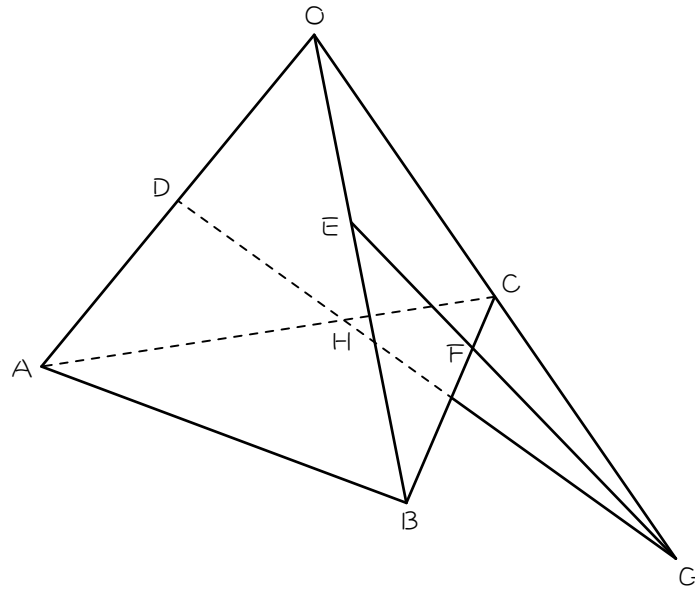
① 立体Yの体積は三角すいA B C Dの体積の何倍ですか。

② 立体Zの体積は三角すいA B C Dの体積の何倍ですか。

③ 立体Xの体積は三角すいA B C Dの体積の何倍ですか。

14

次の図のような三角すい $OABC$ において、辺 OA のちょうど真ん中の点を D 、辺 OB を $2:3$ に分ける点を E 、辺 BC を $3:1$ に分ける点を F とします。さらに直線 EF を F の方にのばした直線と OC を C の方にのばした直線が交わった点を G とし、直線 DG と辺 AC が交わった点を H とします。あとの問いに答えなさい



- (1) $OC:CG$ を、最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (2) $AH:HC$ を、最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (3) (立体 $ODEG$ の体積) : (立体 $OHFC$ の体積) を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

■ 解答 ■

1 (1) $\frac{1}{2}$ (2) 1 (3) $\frac{1}{2}$

2 (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{3}{7}$

(3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{1}{2}$

(5) $\frac{1}{4}$ (6) $\frac{3}{8}$

3 (1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$

(2) 1

(3) $\frac{1}{4}$

4 (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{2}{7}$

(3) $\frac{2}{9}$ (4) $\frac{9}{40}$

5 (1) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$

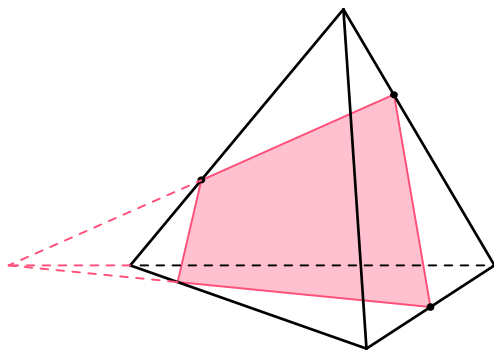
(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$

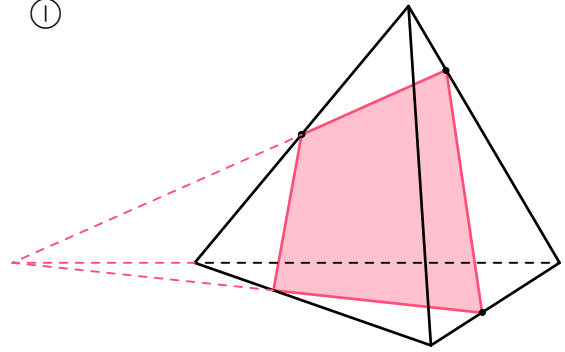
6 (1) $\frac{3}{25}$ (2) $\frac{4}{15}$

(3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{3}{20}$

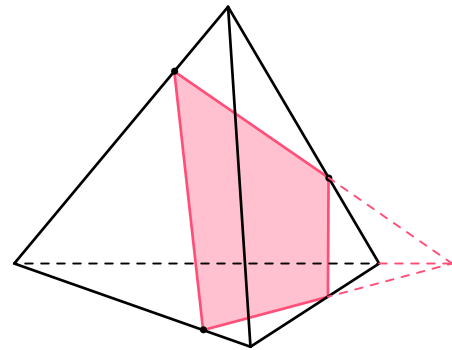
7



8 ①



②



9 (1) 1 : 3 (2) 1 : 4

10 1 : 2

11 3 : 2

12 (1) ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{5}$

(2) ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{2}{9}$

(3) $\frac{19}{45}$

13 (1) 1 : 2

(2) ① $\frac{11}{30}$ 倍 ② $\frac{9}{40}$ 倍 ③ $\frac{71}{120}$ 倍

14 (1) 1 : 1

(2) 2 : 1

(3) 24 : 5