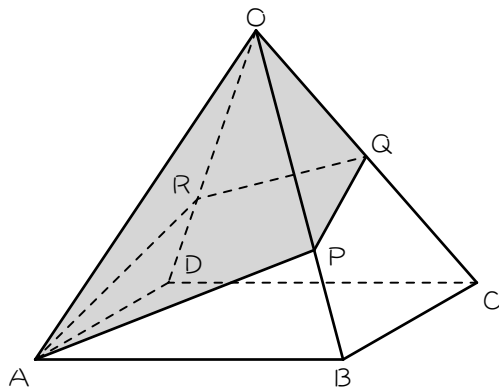


ステップ 1

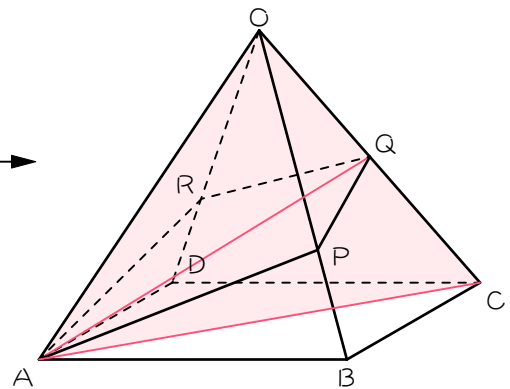
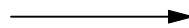
1

図1のように、底面が正方形の四角すいOABCDを、3点P、Q、Rを通る平面で切断しました。OP : PB = OR : RD = 2 : 1、OQ : QC = 1 : 1のとき、切り口より上の立体OAPQRの体積が四角すいOABCDの何倍になるかを求めようと思います。

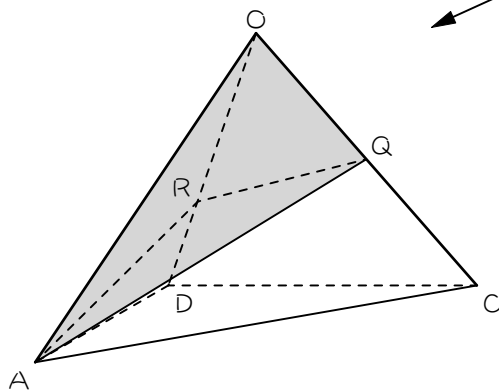
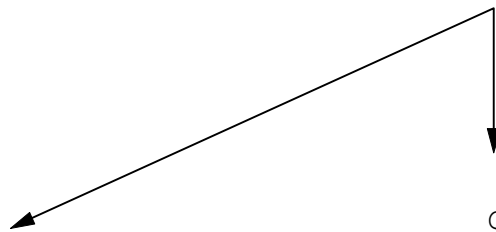
このままでは体積を比べられないので、図2のように四角すいOABCDを面OACで切断し、図3と図4のように2つの三角すいに分けて考えます。



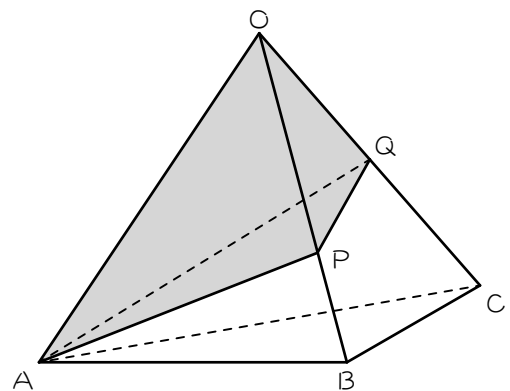
【図 1】



【図 2】



【図 3】



【図 4】

(1) 図3において、

① 三角すい $OACD$ の体積は四角すい $OABCD$ の体積の () 倍です。

② 三角すい $OQ R$ は三角すい $OACD$ の体積の () 倍です。

③ ①②より、三角すい $OQ R$ の体積は四角すい $OABCD$ の体積の () 倍です。

(2) 図4において、

① 三角すい $OABC$ の体積は四角すい $OABCD$ の体積の () 倍です。

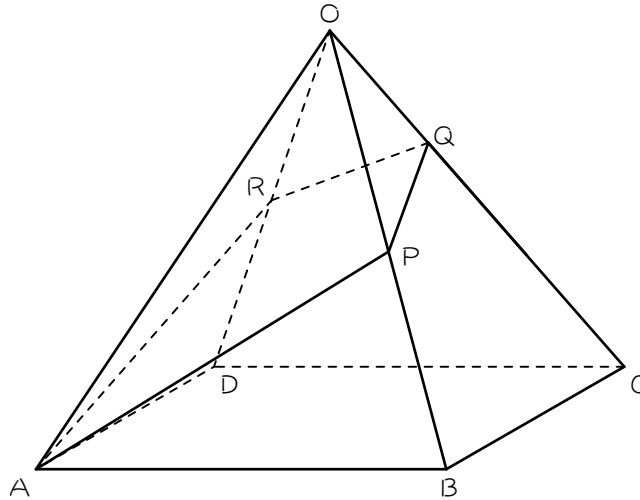
② 三角すい $OAPQ$ は三角すい $OABC$ の体積の () 倍です。

③ ①②より、三角すい $OAPQ$ の体積は四角すい $OABCD$ の体積の () 倍です。

(3) (1)(2)より、立体 $OAPQR$ の体積は四角すい $OABCD$ の () 倍です。

2

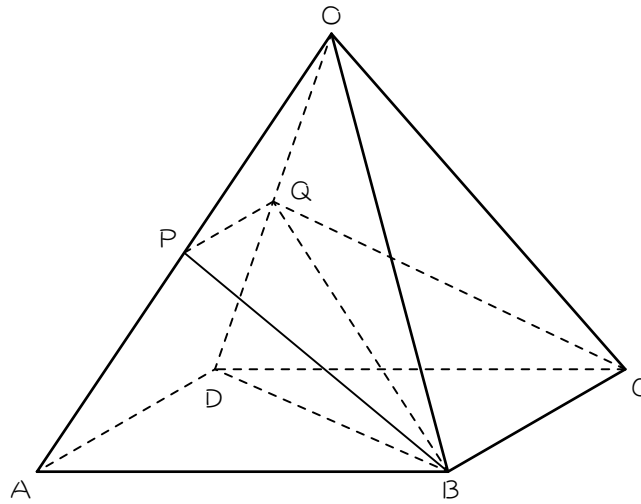
図のように、底面が正方形の四角すい $OABCD$ を、3点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断しました。 $OP : PB = OR : RD = 1 : 1$ 、 $OQ : QC = 1 : 2$ のとき、切り口よりの上の立体 $OAPQR$ の体積は四角すい $OABCD$ の何倍になりますか。



ステップ 2

3

右の図は、底面が正方形の四角すい $OABCD$ で、その体積は 800 cm^3 です。いま、この四角すいを、辺 BC を通る平面で図のように切ったところ、 $OP : PA = OQ : QD = 1 : 1$ になりました。



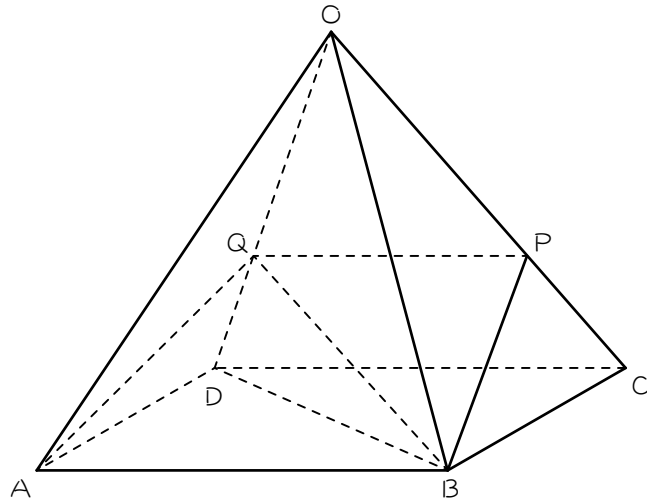
(1) 三角すい $OQBC$ の体積は () cm^3 です。

(2) 三角すい $OPQB$ の体積は () cm^3 です。

(3) 四角すい $OPQBC$ の体積は () cm^3 です。

4

図のような、底面が正方形の四角すい $OABCD$ があり、その体積は 900 cm^3 です。いま、この四角すいを、辺 AB 通る平面で図のように切ったところ、 $OP : PC = OQ : QD = 2 : 1$ になりました。



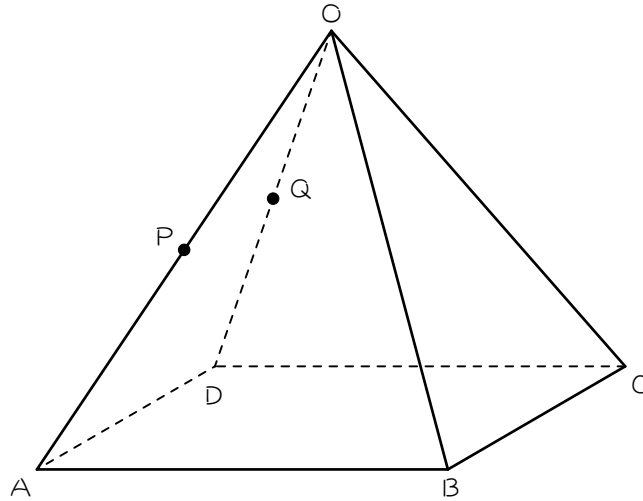
(1) 三角すい $OABQ$ の体積は () cm^3 です。

(2) 三角すい $OBPQ$ の体積は () cm^3 です。

(3) 立体 $OABPQ$ の体積は () cm^3 です。

5

図のような底面が正方形の正四角すい $OABCD$ を、3点 B 、 P 、 Q を通る平面で切断して2つの立体に分けるときの、次の問いに答えなさい。ただし P 、 Q は辺のまん中の点です。



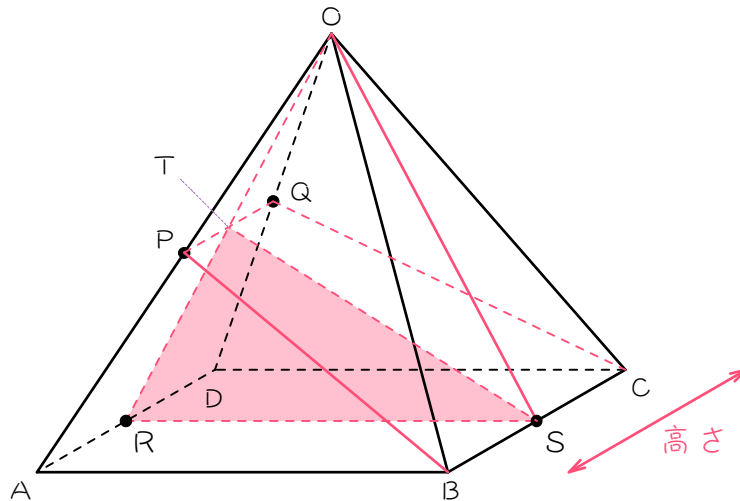
(1) 点 O を含む方の立体の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。

(2) 点 A を含む方の立体の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。

ステップ 3

6

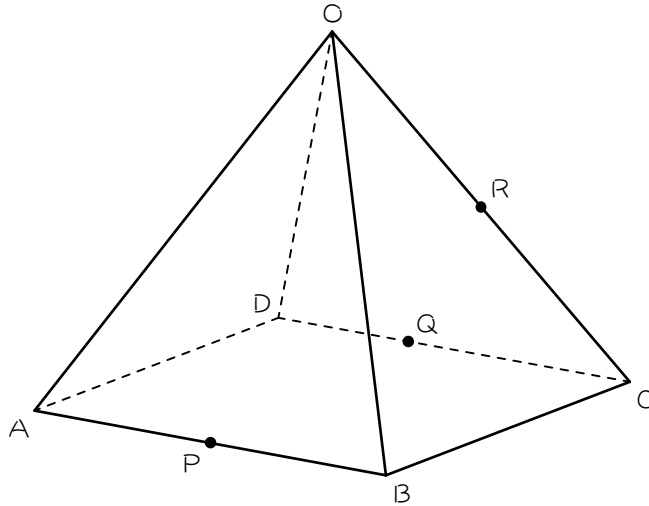
5の(2)を、別の解き方で解きます。辺AD、辺BCのまん中の点をR、Sとし、PQとORの交点をTとします。



- (1) 辺AD、辺BCのまん中の点をR、Sとし、PQとORの交点をTとします。正四角すいOABCDを、底面が三角形ORSの三角柱を斜めに切った立体、点Aを含む方の立体（立体PQABCD）を底面が三角形TRSの三角柱を斜めに切った立体と考えます。このとき、正四角すいOABCDの底面積と点Aを含む方の立体的底面積の比は（ ）：（ ）です。
- (2) (1)のとき、正四角すいOABCDの高さの平均と点Aを含む方の立体の高さの平均の比は（ ）：（ ）です。
- (3) (1)(2)より、正四角すいOABCDの体積と点Aを含む方の立体的体積の比は（ ）：（ ）になるので、点Aを含む方の立体的体積は、四角すいOABCDの体積の（ ）倍です。

7

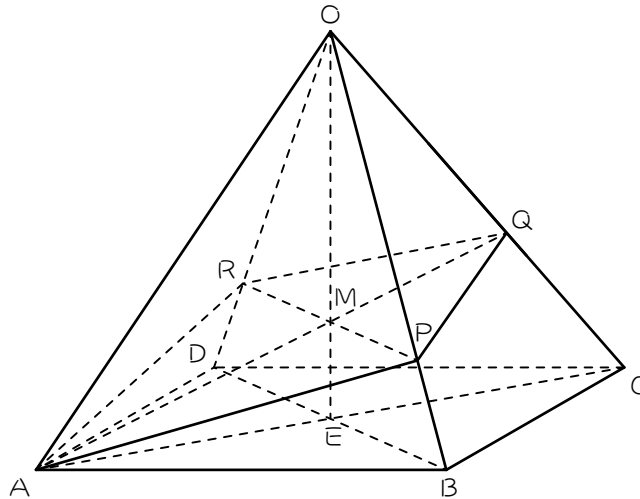
図のような底面が正方形の四角すい $OABCD$ を、3点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断して2つの立体に分けるときの、 B を含む方の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。ただし P 、 Q 、 R は辺のまん中の点です。



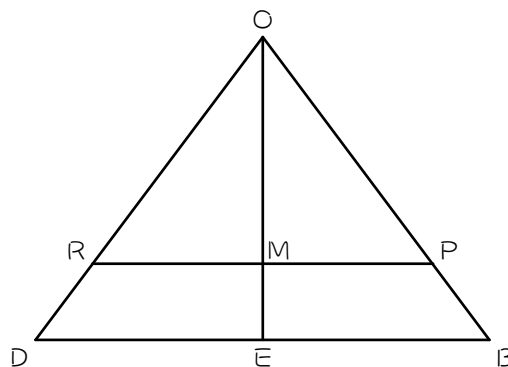
ステップ4

8

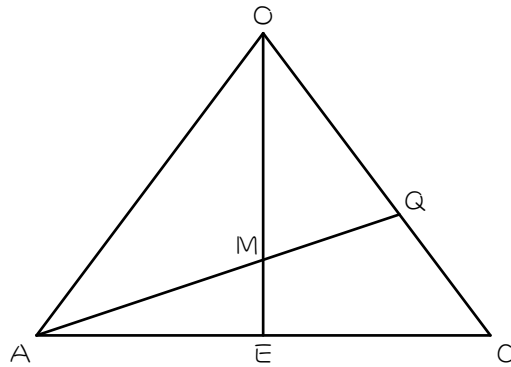
図のように、底面が正方形の四角すい $OABCD$ を、3点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断しました。 $OP : PB = OR : RD = 3 : 1$ のとき、次の問いに答えなさい。



- (1) PR と OE の交点を M とすると、 $OM : ME$ はいくらですか。四角すいの断面 ODB に注目して考えなさい。



- (2) AとMを結んで延長すると、OCとの交点がQとなります。このとき、 $OQ : QC$ はいくらですか。四角すいの断面OACに注目して考えなさい。



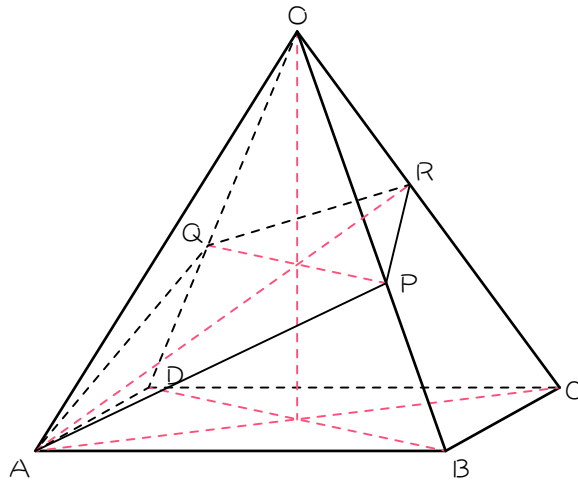
- (3) 三角すいOAPQの体積は、四角すいOABCDの何倍ですか。

- (4) 三角すいOAQRの体積は、四角すいOABCDの体積の何倍ですか。

- (5) 切断面より上の立体OAPQRの体積は、四角すいOABCDの体積の何倍ですか。

9

図のように、すべての辺の長さが10 cmの四角すい $OABCD$ があります。辺 OB 、辺 OD をともに3:2に分ける点をそれぞれ P 、 Q とします。四角すい $OABCD$ を3点 A 、 P 、 Q を通る平面で切ったとき、その平面と辺 OC が交わる点を R とします。このとき、次の各問いに答えなさい。

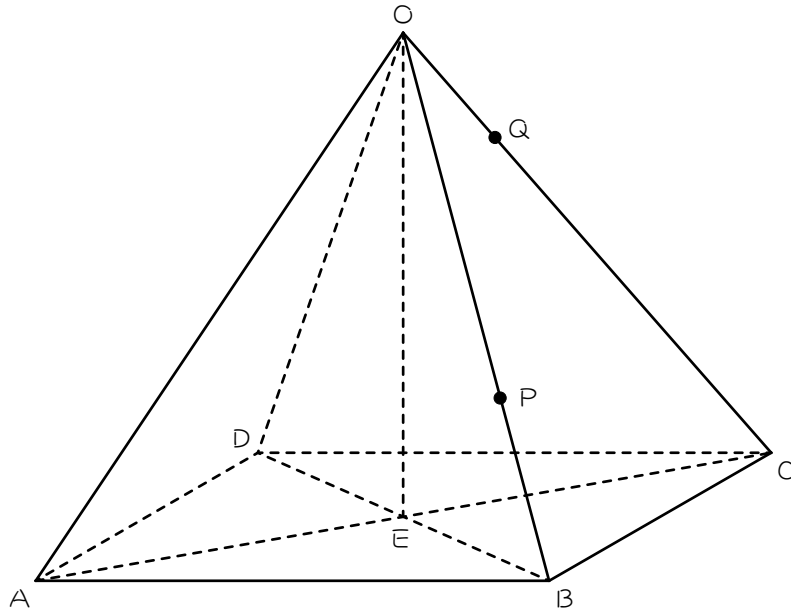


(1) OR の長さは何cmですか。

(2) 四角すい $OAPRQ$ の体積と四角すい $OABCD$ の体積の比を最も簡単な整数の比で表しなさい。

ステップ5

- 10 図のような、底面が正方形の正四角すい $OABCD$ があり、 $OP : PB = 2 : 1$ 、 $OQ : QC = 1 : 3$ です。このとき、次の問いに答えなさい。

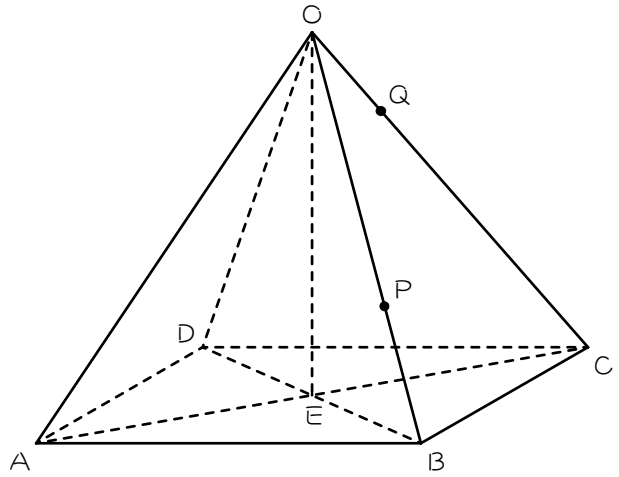


- (1) AQ と OE の交点を M とすると、 $OM : ME$ はいくらですか。

- (2) 次に、(1)で求めたMとPを結んで延長し、ODとの交点をRとします。このとき、 $OR:RD$ はいくらですか。
- (3) 正四角すい $OABCD$ を、3点A、P、Qを通る平面で切断します。このとき、切り口と辺ODの交点は(2)で求めた点Rになります。9ページの見取り図に、(1)(2)の順に点Rを正確に作図し、さらに切り口を作図しなさい。
- (4) ① 三角すい $OAPQ$ の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。
- ② 三角すい $OAPQ$ の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。
- ③ 四角すい $OAPQR$ の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。

11

図のような、底面が正方形の正四角すい $OABCD$ があり、 $OP : PB = 1 : 1$ 、 $OQ : QC = 1 : 4$ です。このとき、次の問いに答えなさい。



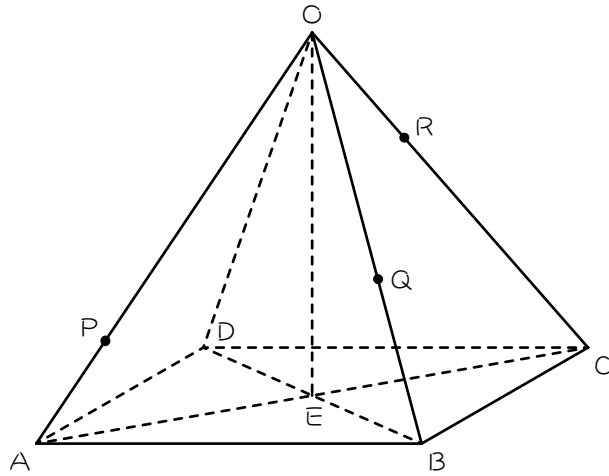
- (1) AQ と OE の交点を M とすると、 $OM : ME$ はいくらですか。

- (2) M と P を結んで延長し、 OD との交点を R とします。このとき、 $OR : RD$ はいくらですか。

- (3) 正四角すい $OABCD$ を、3点 A 、 P 、 Q を通る平面で切断します。このとき、 O を含む方の立体の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。

12

図のような、底面が正方形の正四角すい $OABCD$ があり、 $OP : PA = 3 : 1$ 、 $OQ : QB = 3 : 2$ 、 $OR : RC = 1 : 2$ です。正四角すい $OABCD$ を、3点 P 、 Q 、 R を通る平面で切断するとき、点 O を含む方の立体の体積は、四角すい $OABCD$ の体積の何倍ですか。



■ 解答 ■

1 (1) ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$

(2) ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$

(3) $\frac{1}{3}$

2 $\frac{1}{6}$ 倍

3 (1) 200 (2) 100 (3) 300

4 (1) 300 (2) 200 (3) 500

5 (1) $\frac{3}{8}$ 倍 (2) $\frac{5}{8}$ 倍

6 (1) 2、1

(2) 4、5

(3) 8、5、 $\frac{5}{8}$

7 $\frac{5}{16}$ 倍

8 (1) 3 : 1

(2) 3 : 2

(3) $\frac{9}{40}$

(4) $\frac{9}{40}$

(5) $\frac{9}{20}$

9 (1) $4\frac{2}{7}$ cm (2) 9 : 35

10 (1) 2 : 3

(2) 2 : 5

(4) ① $\frac{1}{12}$ 倍

② $\frac{1}{28}$ 倍

③ $\frac{5}{42}$ 倍

11 (1) 1 : 2

(2) 1 : 3

(3) $\frac{3}{40}$ 倍

12 $\frac{39}{320}$ 倍