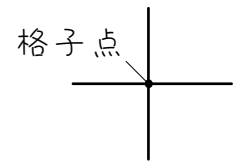


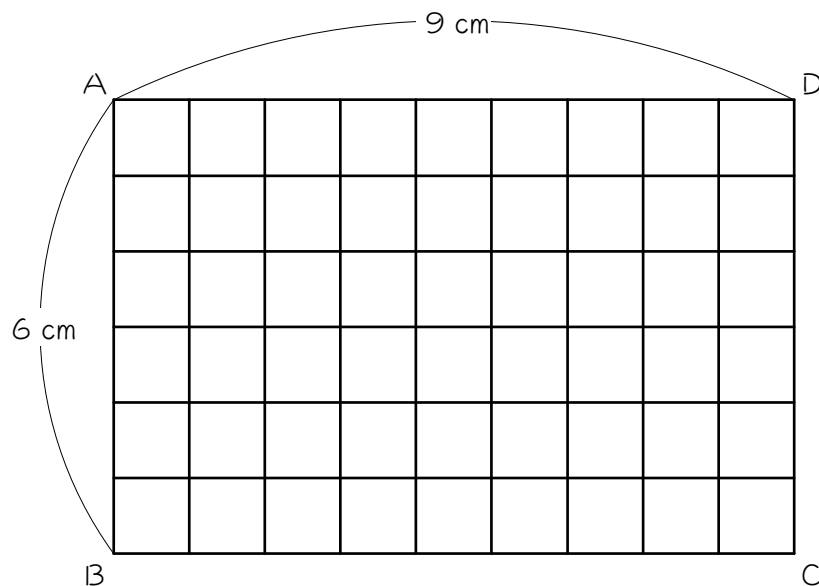
ステップ1 対角線が通る格子点の数

1

右のように、たて線と横線が交わる点を「格子点^{こうしてん}」
といいます。



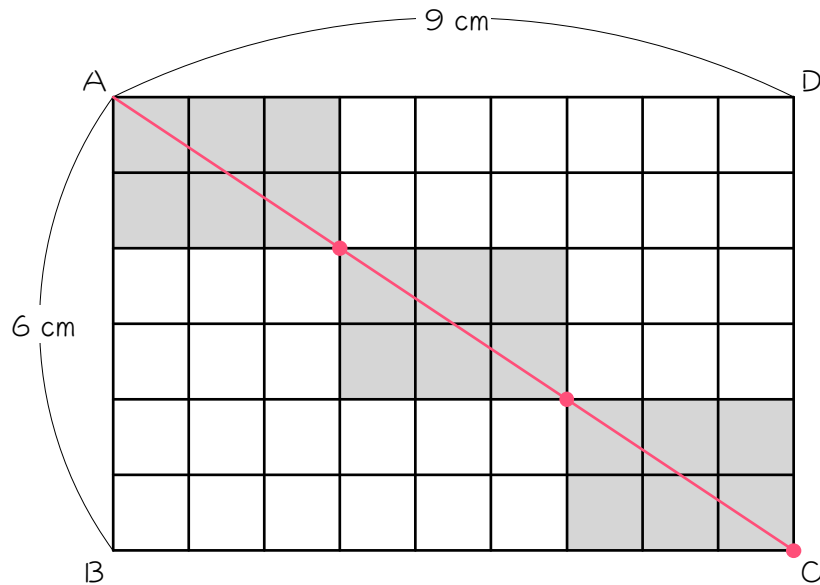
下の図のような、たて6 cm、横9 cmの長方形A B C Dがあり、たて・横
の辺に平行な線によって、1 cmごとに区切られています。このとき、次
の問いに答えなさい。



- (1) 対角線ACを定規で作図しなさい。
- (2) 対角線ACが通る格子点に●印をつけ、その個数を答えなさい。ただし、点Aは格子点の数に含めず、点Cは含めるものとします。

2

1の(2)の答えを、計算で求める方法について考えます。



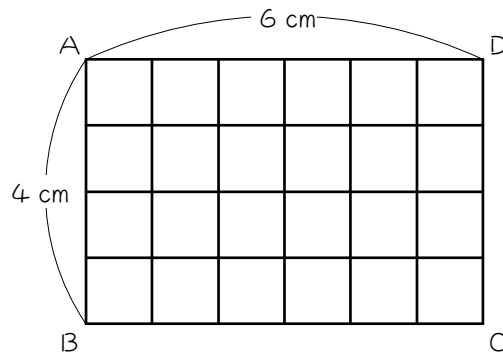
- (1) $6\text{ cm} : 9\text{ cm} = (\quad) : (\quad)$ です。最も簡単な整数の比で答えなさい。
- (2) よって上の図のように、対角線 AC 上には、たて (\quad) cm、横 (\quad) cm の長方形 (色のついた長方形) が (\quad) 個、ちょうど並びます。
- (3) よって、対角線 AC が通る格子点の数は (\quad) 個となります (ただし、点 A は含めず点 C は含めます)。また、この数は、6 と 9 の (\quad) 漢字 5 文字 と等しくなります。

※【理由】 たての長さも横の長さも割り切れる最も大きい数だから。

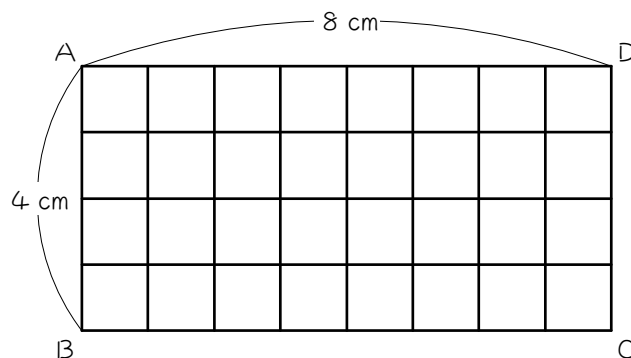
3

2のように、次の(1)~(4)の長方形ABCDに対角線ACを引くとき、対角線上に並ぶ長方形の、たて・横の長さとその個数、対角線ACが通る格子点の数を求めなさい。ただし点Aは格子点の数に含めず、点Cは含めるものとします。

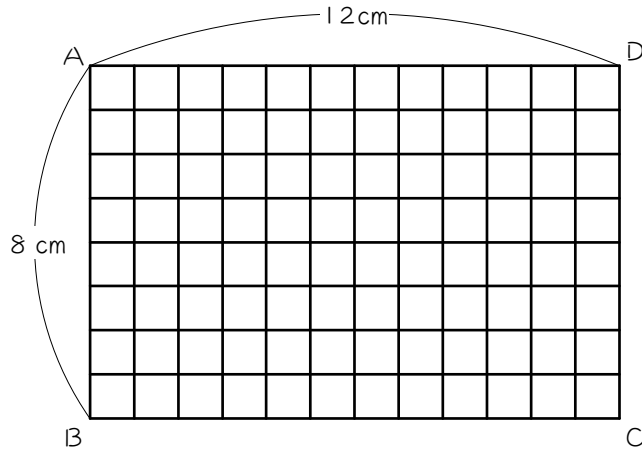
- (1) 対角線AC上に、たて() cm、横() cmの長方形が() 個並ぶ。対角線ACが通る格子点の数は() 個。



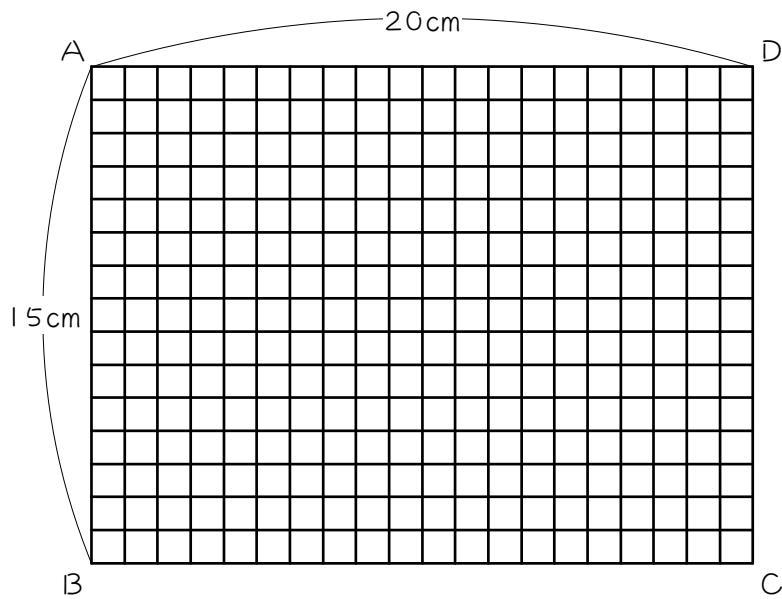
- (2) 対角線AC上に、たて() cm、横() cmの長方形が() 個並ぶ。対角線ACが通る格子点の数は() 個。



- (3) 対角線 AC 上に、たて () cm、横 () cm の長方形が ()
 個並ぶ。対角線 AC が通る格子点の数は () 個。



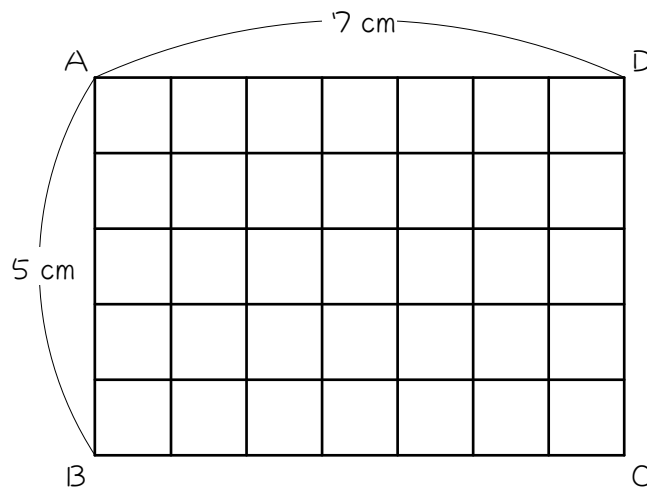
- (4) 対角線 AC 上に、たて () cm、横 () cm の長方形が ()
 個並ぶ。対角線 AC が通る格子点の数は () 個。



ステップ3 対角線が横切る正方形の数① - たて横が互いに素

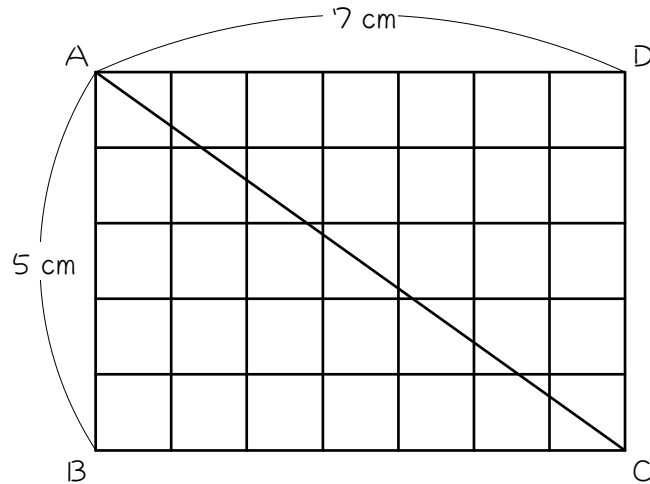
4

図のような、たて5 cm、横7 cmの長方形ABCDを、たて、横それぞれの辺に平行な辺で1辺が1 cmの正方形に分けます。このとき、対角線ACは何個の正方形を横切りますか。定規で作図して数えなさい。



5

4の答えを計算で求めようと思います。



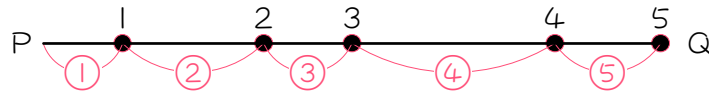
- (1) 対角線ACとたて線（ABと平行な線）の交点に○をつけなさい。ただし点Aはのぞき、点Cは含めます。このとき、○の数は（ ）個です。
- (2) 対角線ACと横線（ADと平行な線）の交点に△をつけなさい。ただし点Aはのぞき、点Cは含めます。このとき、△の数は（ ）個です。
- (3) ○と△が重なるのは（ ）か所です。これは、5と7の最大公約数が1、つまり（ ）漢字かなまじりで4文字だからです。

- (4) よって、対角線 AC とたて線、横線の交点の合計は、重なりを 1 個と数えると、

$$(\quad) + (\quad) - (\quad) = (\mathcal{A} \quad) \text{ 個}$$

です。ただし、ただし点 A はのぞき、点 C は含めます。

- (5) 下の図のように、直線 PQ 上に点が 5 個あるとき、5 個の点によって直線 PQ は①～⑤の 5 つの部分に分けられます。



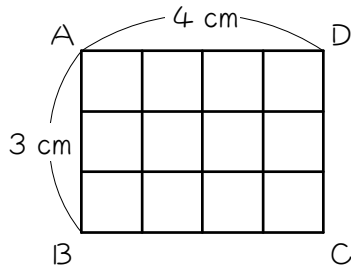
同様に、対角線 AC は (\mathcal{A}) 個の点によって (\mathcal{I}) 個の部分に分けられます。

- (6) (5)より、対角線 AC が横切る正方形の数は、(\mathcal{I}) 個となります。対角線 AC 区切られた \mathcal{I} 個の部分が、それぞれ 1 つの正方形の中にあることから考えなさい。

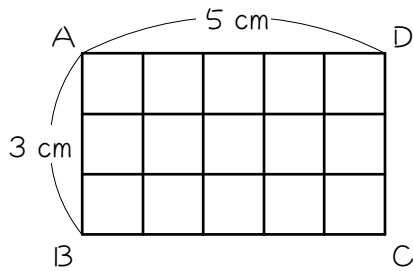
6

(1)~(6)のように、長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な辺で1辺が1 cmの正方形に分けられているとき、対角線 AC は何個の正方形を横切りますか。

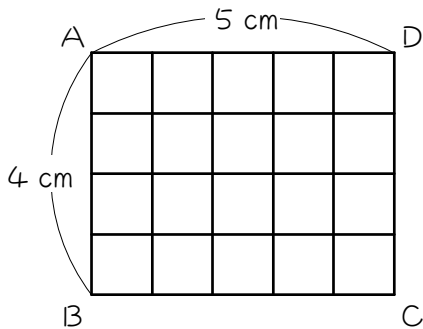
(1)



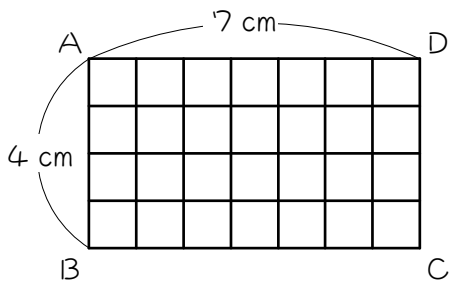
(2)



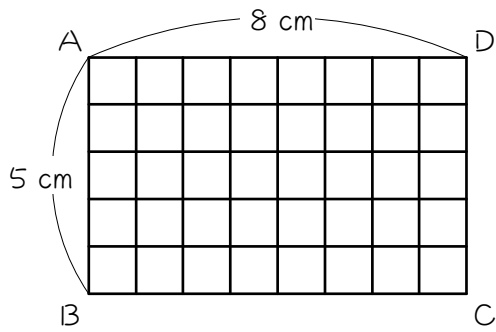
(3)



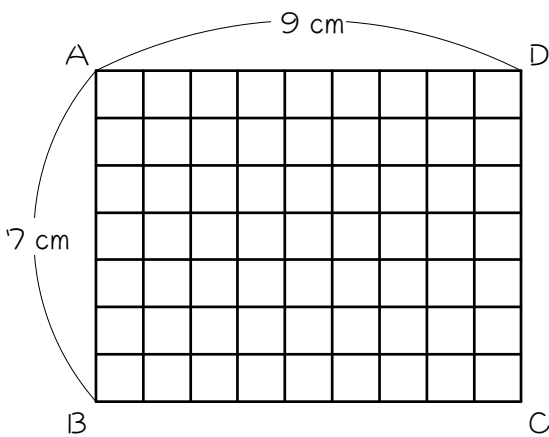
(4)



(5)

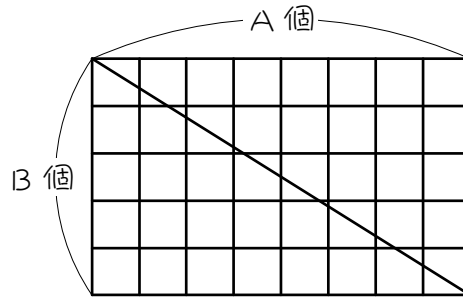


(6)



7

5、6の結果から考えて、公式をつくりました。()の中に適切な記号や数を書きなさい。



たてにA個、横にB個の正方形が並んでできた長方形があり、AとBが互いに素のとき、1本の対角線が横切る正方形の数は、

$$(\quad) + (\quad) - (\quad) \text{ 個}$$

となります。

8

次の問いに答えなさい。

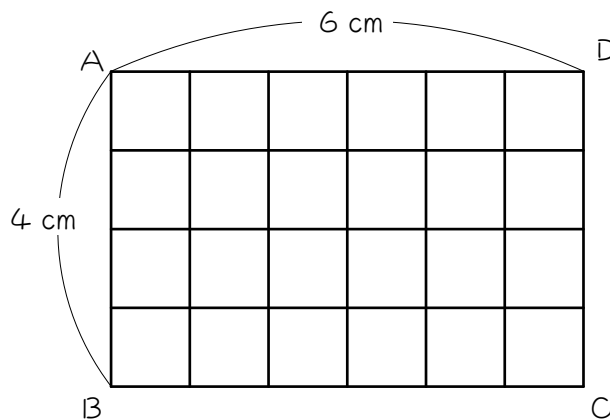
- (1) たて 13 cm、横 17 cm の長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な辺で 1 辺が 1 cm の正方形に分けます。このとき、対角線 AC は何個の正方形を横切りますか。

- (2) たて 30 cm、横 49 cm の長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な辺で 1 辺が 1 cm の正方形に分けます。このとき、対角線 AC は何個の正方形を横切りますか。

ステップ4 対角線が横切る正方形の数② - たて横が互いに素でない

9

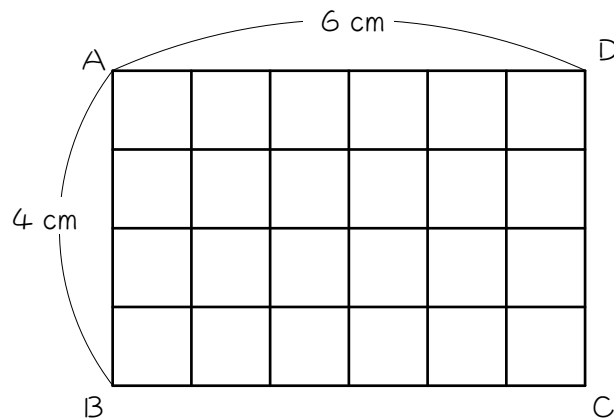
たて4 cm、横6 cmの長方形ABCDを、たて、横それぞれの辺に平行な線で1辺が1 cmの正方形に分けます。このとき、対角線ACが横切る正方形の数を、計算で求めようと思います。



- (1) 2のように考えると、対角線AC上には、たて() cm、横() cmの長方形が()個並びます。
- (2) (1)の長方形1個について考えます。この長方形の対角線が横切る正方形の数は、() + () - () = ()個です。
- (3) よって、対角線ACが通る格子点の数は、
() × () = ()個、となります。

10

9を別の解き方で解きます。



- (1) 対角線ACとたて線（ABと平行な線）の交点に○をつけなさい。ただし点Aはのぞき、点Cは含めます。このとき、○の数は（ ）個です。
- (2) 対角線ACと横線（ADと平行な線）の交点に△をつけなさい。ただし点Aはのぞき、点Cは含めます。このとき、△の数は（ ）個です。
- (3) ○と△が重なるのは（ ）か所です。4と6の（ ）漢字5文字 になります。

(4) よって、対角線 AC とたて線、横線の交点の合計は、重なりを 1 個と数えると、

$$(\quad) + (\quad) - (\quad) = (\text{ア} \quad) \text{ 個}$$

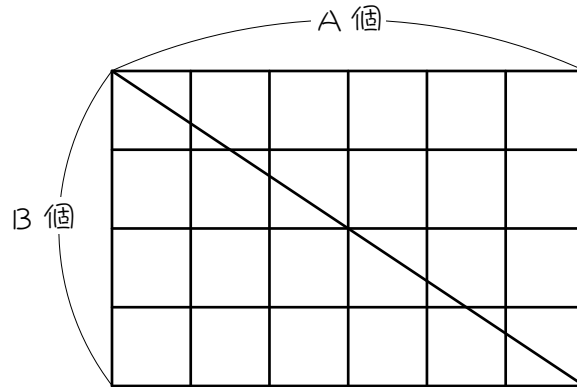
です。ただし、ただし点 A はのぞき、点 C は含めます。

(5) 対角線 AC は (ア) 個の点によって (イ) 個の部分に分けられます。

(6) (5)より、対角線 AC が横切る正方形の数は、(イ) 個となります。

11

10の結果から考えて、公式をつくりました。()の中に適当な記号や数を書きなさい。



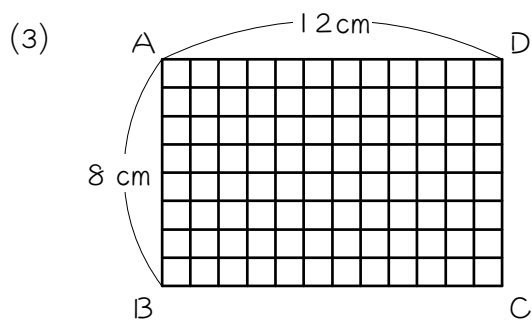
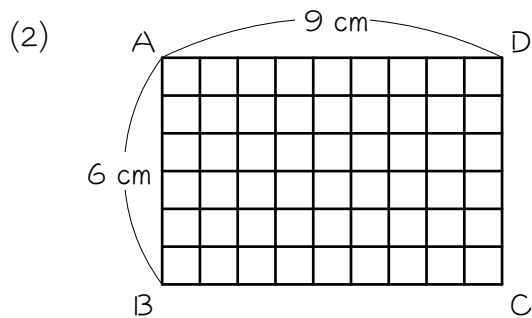
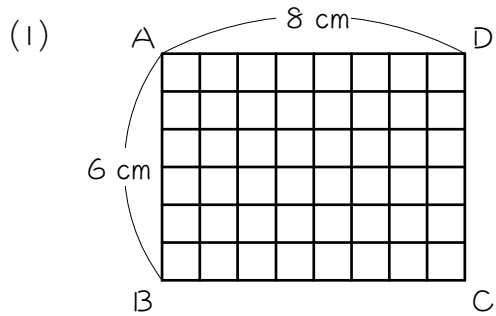
たてにA個、横にB個の正方形が並んでできた長方形があり、AとBの最大公約数がGのとき、1本の対角線が横切る正方形の数は、

$$(\quad) + (\quad) - (\quad) \text{ 個}$$

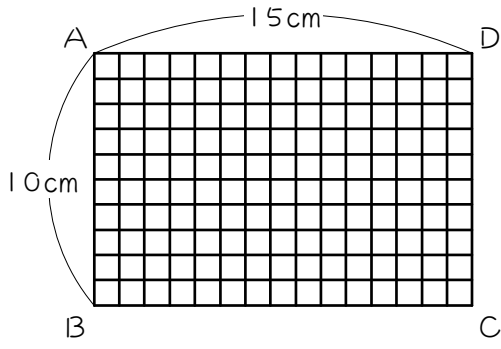
となります。

13

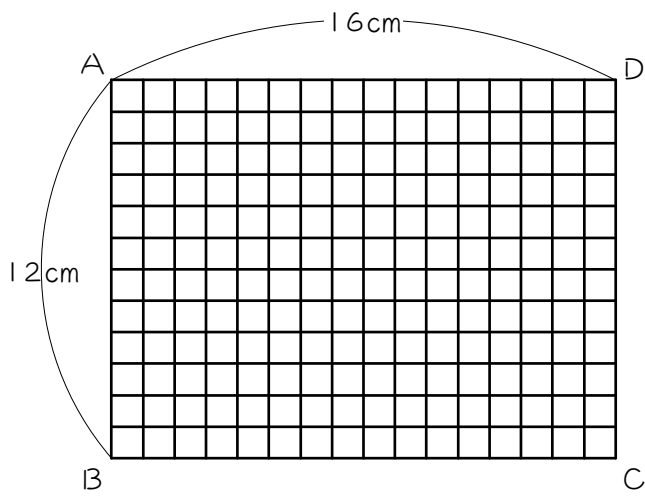
(1)~(6)のように、長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な辺で1辺が1 cmの正方形に分けられているとき、対角線 AC は何個の正方形を横切りますか。



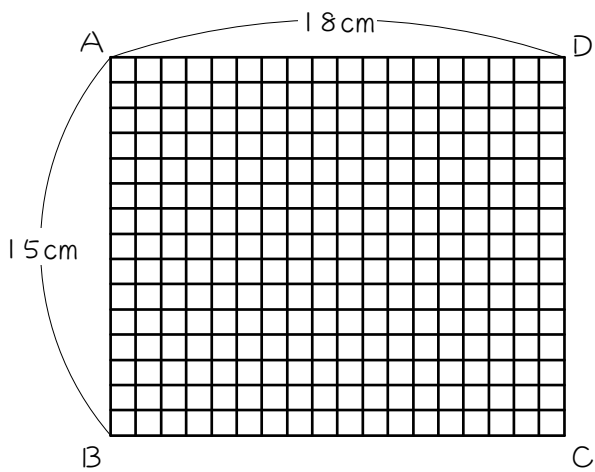
(4)



(5)



(6)



14 次の問いに答えなさい。

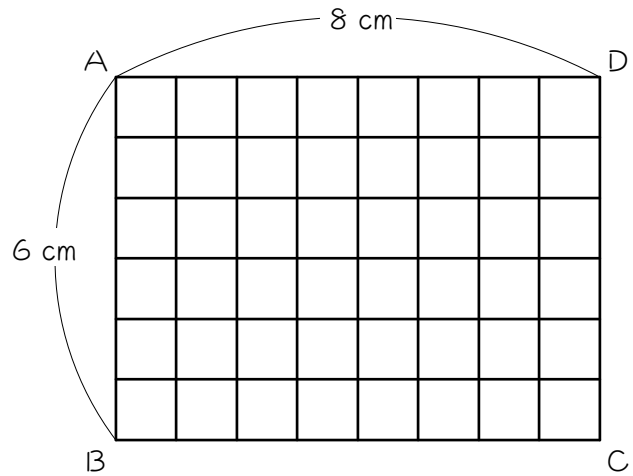
(1) たて 24 cm、横 30 cm の長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な辺で 1 辺が 1 cm の正方形に分けます。このとき、対角線 AC は何個の正方形を横切りますか。

(2) たて 48 cm、横 60 cm の長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な辺で 1 辺が 1 cm の正方形に分けます。このとき、対角線 AC は何個の正方形を横切りますか。

ステップ5 三角形に含まれる正方形の数

9

図のように、たて4 cm、横6 cmの長方形 $ABCD$ を、たて、横それぞれの辺に平行な線で1辺が1 cmの正方形に分けました。このとき、次の問いに答えなさい。

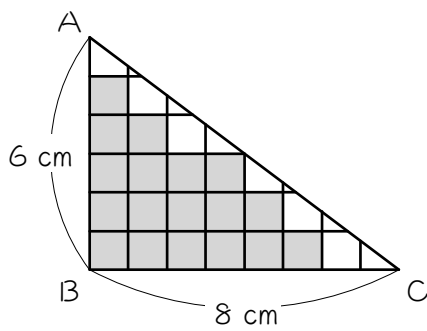


- (1) 1辺が1 cmの正方形は全部で () 個できます。
- (2) 対角線 AC が通る1辺1 cmの正方形の数は () 個です。
- (3) 三角形 ABC の中に完全な形で含まれる1辺1 cmの正方形の数は () 個です。対角線 AC が横切っている正方形は数に含めません。(1)(2)を利用して考えなさい。

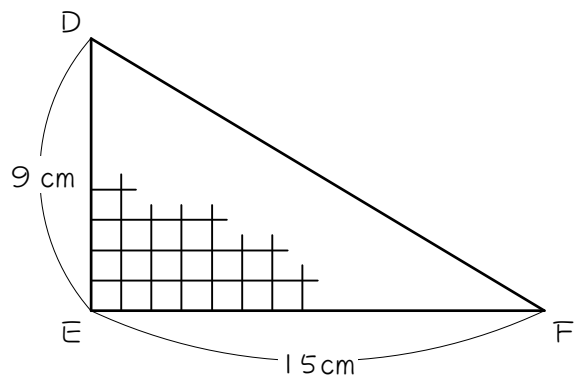
10

図1のように、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $BC = 8\text{ cm}$ 、 $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形を、辺 AB 、辺 BC に平行な線で 1 cm ごとに区切ると、直角三角形 ABC の中に完全な姿で含まれる1辺が 1 cm の正方形は、色のついた18個になります。

同様に、図2の直角三角形 DEF を、辺 DE 、辺 EF に平行な線で 1 cm ごとに区切ると、直角三角形 DEF の中に完全な姿で含まれる1辺が 1 cm の正方形数は何個になりますか。



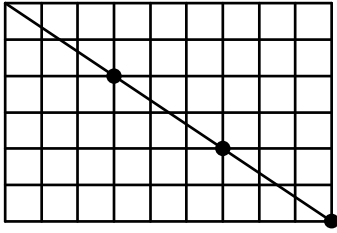
【図1】



【図2】

■ 解答 ■

1 (1)



(2) 3 個

2

(1) 2、3

(2) 2、3、3

(3) 3、最大公約数

3

(1) 2、3、2、2

(2) 1、2、4、4

(3) 2、3、4、4

(4) 3、4、5、5

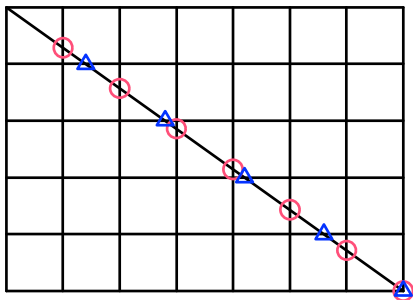
4

11 個

5

(1) 下図参照、7

(2) 下図参照、5



(3) 1、互いに素

(4) 7、5、1、11

(5) 11、11

(6) 11

6

(1) 6 個 (2) 7 個

(3) 8 個 (4) 10 個

(5) 12 個 (6) 15 個

7

A、B、1

8

(1) 29 個 (2) 78 個

9

(1) 2、3、2

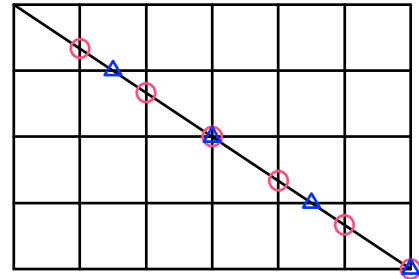
(2) 2、3、1、4

(3) 4、2、8

10

(1) 下図参照、6

(2) 下図参照、4



(3) 2、最大公約数

(4) 6、4、2、8

(5) 8、8

(6) 8

12

A、B、G

13

(1) 12 個 (2) 12 個

(3) 16 個 (4) 20 個

(5) 24 個 (6) 30 個

14

(1) 48 個 (2) 12 個

(3) 18 個

15

57 個

■ 解説 ■

14

(1) $6 \times 8 = 48$ (個)

(2) $6 + 8 - 2 = 12$ (個)

(3) $48 - 12 = 36$ (個)

…対角線が横切らない正方形の数

$36 \div 2 = 18$ (個)

15

正方形の数は全部で、

$9 \times 15 = 135$ (個)

対角線が横切る正方形の数は、

$9 + 15 - 3 = 21$ (個)

対角線が横切らない正方形の数は、

$135 - 21 = 114$ (個)

よって、

$114 \div 2 = 57$ (個)