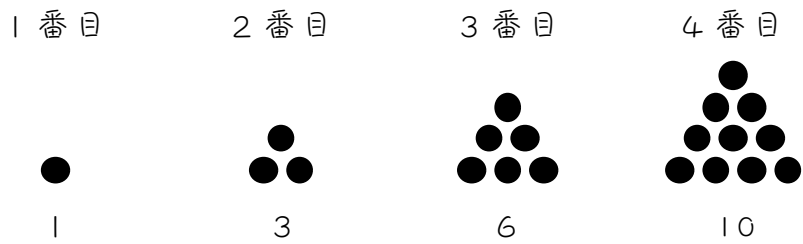


ステップ1 □番目の三角数を求める

1

下の図のように、三角形に並べられる数のことを「三角数」といいます。
 1番目の三角数は1、2番目の三角数は3、3番目の三角数は6です。
 あとの問いに答えなさい。



(1) 次の表の空らんをうめなさい。

番 目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
三角数	1	3	6	10						

番 目	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
三角数										

(2) □番目の三角数を、□を使った式で表しなさい。

等差数列の和の公式を使います。

□番目の三角数 =

2

前問の公式を利用して、次の三角数を求めなさい。

(1) 10 番目

(2) 12 番目

(3) 15 番目

(4) 20 番目

ステップ2 三角数に注目

3 図のように、ある規則にしたがって数を並べました。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1 行目	1	2	4	7	11
2 行目	3	5	8	12	
3 行目	6	9	13		
4 行目	10	14			
5 行目	15				

(1) 1 列目の数はすべて () になっています。漢字 3 文字

(2) 10 行 1 列の数は () です。

(3) 12 行 1 列の数は () です。

(4) 120 は () 行 () 列の数です。

(5) 190 は () 行 () 列の数です。

4 図のように、3とは逆の向きに数を並べました。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1 行目	1	3	6	10	15
2 行目	2	5	9	14	
3 行目	4	8	13		
4 行目	7	12			
5 行目	11				

(1) 1行目の数はすべて () になっています。漢字3文字

(2) 1行8列の数は () です。

(3) 1行13列の数は () です。

(4) 105は () 行 () 列の数です。

(5) 210は () 行 () 列の数です。

ステップ3 行・列とグループの関係

5 右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。また、表の中の数字を次のようにグループ分けしました。

第1グループ 1

第2グループ 2、3

第3グループ 4、5、6

第4グループ 7、8、9、10

第5グループ 11、12、13、14、15

:

このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 各グループに入っている数の個数について考えます、

各グループに入っている数の個数は、第1グループは () 個、第2グループは () 個、第3グループは () 個、第4グループは () 個、…となっています。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1行目	1	2	4	7	11
2行目	3	5	8	12	
3行目	6	9	13		
4行目	10	14			
5行目	15				

(2) 各グループに入っている数の個数の和について考えます。

① 第1グループと第2グループを合わせると、数は全部で、

$$(\quad) + (\quad) = (\quad) \text{ 個あります。}$$

よって、第2グループの最後の数は (\quad) となります。

② 第1、第2、第3グループを合わせると、数は全部で、

$$(\quad) + (\quad) + (\quad) = (\quad) \text{ 個あります。}$$

よって、第3グループの最後の数は (\quad) となります。

③ 第1、第2、第3、第4グループを合わせると、数は全部で、

$$(\quad) + (\quad) + (\quad) + (\quad) \\ = (\quad) \text{ 個あります。}$$

よって、第4グループの最後の数は (\quad) となります。

※これが、表の端の数が三角数になる理由です。

(3) 各グループの最初の数がどの列からはじまるかについて考えます。

第1グループの最初の数は (\quad) 列目から、第2グループの最初の数は (\quad) 列目から、第3グループの最初の数は (\quad) 列目から、第4グループの最初の数は (\quad) 列目からはじまります。

(4) グループ番号と行番号と列番号の関係について調べます。

① 第4グループの1番目 (7) → () 行 () 列

第4グループの2番目 (8) → () 行 () 列

第4グループの3番目 (9) → () 行 () 列

第4グループの4番目 (10) → () 行 () 列

② 第5グループの1番目 (11) → () 行 () 列

第5グループの2番目 (12) → () 行 () 列

第5グループの3番目 (13) → () 行 () 列

第5グループの4番目 (14) → () 行 () 列

第5グループの5番目 (15) → () 行 () 列

(5) (3)より、グループ番号と行番号と列番号の関係を式で表すと、

グループ番号 = () + () - ()

となります。

ポイント!

ステップ4 行・列から数を求める

6 右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。また、表の中の数字を次のようにグループ分けしました。

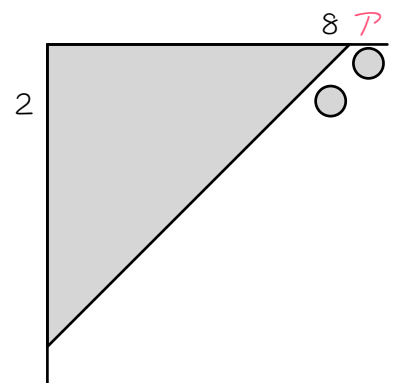
- 第1グループ 1
- 第2グループ 2、3
- 第3グループ 4、5、6
- :

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1 行目	1	2	4	7	11
2 行目	3	5	8	12	
3 行目	6	9	13		
4 行目	10	14			
5 行目	15				

(1) 2行8列の数について考えます。

① 2行8列の数のグループ番号は、
 () + () - () = () です。

② 2行8列の数は、①と図より、
 第()グループの()番目です。



③ よって、2行8列の数まで数を並べると、(A) グループまでは全部そろって、あと(イ) 個なので、数字は全部で、

$$1 + 2 + 3 + \dots + (A) + (イ) = () \text{ 個}$$

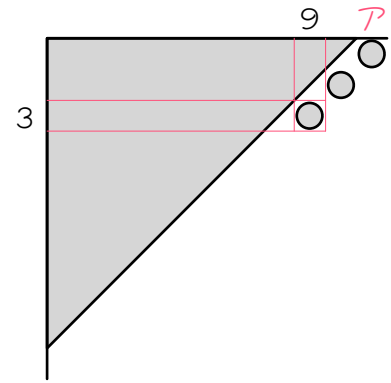
並びます。

④ よって、2行8列の数は () です。

(2) 3行9列の数について考えます。

① 3行9列の数のグループ番号は、
 $(\quad) + (\quad) - (\quad) = (\quad)$ です。

② 3行9列の数は、①と図より、
 第()グループの()番目です。



③ よって、3行9列の数まで数を並べると、(ア)グループまでは
 全部そろって、あと(イ)個なので、数字は全部で、

$$1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) + (\text{イ}) = (\quad) \text{ 個}$$

並びます。

④ よって、3行9列の数は () です。

(3) 4行10列の数は () です。自分で図を描いて考えなさい。三
 角形から描くと分かりやすいです。

(4) 5行12列の数は () です。

(5) 10行15列の数は () です。

ステップ5 三角数を求める

7

() にあてはまる数を求めなさい。

(1) 100 をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (\quad) = (\quad) \text{ です。}$$

(2) 150 をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (\quad) = (\quad) \text{ です。}$$

(3) 300 をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (\quad) = (\quad) \text{ です。}$$

ステップ6 数から行・列を求める

8

右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。また、表の中の数字を次のようにグループ分けしました。

第1グループ 1

第2グループ 2、3

第3グループ 4、5、6

:

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1行目	1	2	4	7	11
2行目	3	5	8	12	
3行目	6	9	13		
4行目	10	14			
5行目	15				

(1) 57が何行何列かについて考えます。

① 57をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) = (\quad) \text{です。}$$

② $57 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) + (\quad)$ より、

57は第(イ)グループ()番目の数です。

③ よって、57は()行()列の数です。

自分で図を描いて考えなさい。

(2) 69 が何行何列かについて考えます。

① 69 をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (\text{ア}) = (\quad) \text{ です。}$$

② $69 = 1 + 2 + 3 + \cdots + (\text{ア}) + (\quad)$ より、

69 は第 () グループ () 番目の数です。

③ よって、69 は () 行 () 列の数です。

(3) 100 は () 行 () 列の数です。

(4) 150 は () 行 () 列の数です。

(5) 200 は () 行 () 列の数です。

ステップ7 逆向き

9 右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。また、表の中の数字を次のようにグループ分けしました。

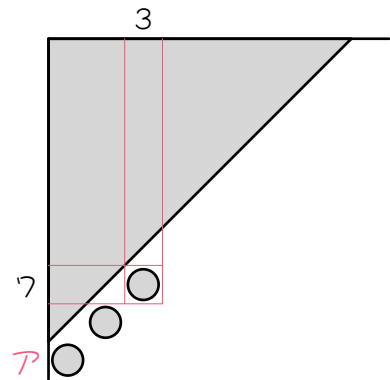
	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1行目	①	3	6	10	15
2行目	2	5	9	14	
3行目	4	8	13		
4行目	7	12			
5行目	11				

- 第1グループ 1
- 第2グループ 2、3
- 第3グループ 4、5、6
- :

(1) 7行3列の数について考えます。

① 7行3列の数のグループ番号は、
 () + () - () = () です。

② 7行3列の数は、①と図より、
 第()グループの()番目です。



③ よって、7行3列の数まで数を並べると、(ア) グループまでは全部そろって、あと(イ) 個なので、数字は全部で、

$$1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) + (\text{イ}) = () \text{ 個}$$

並びます。

④ よって、7行3列の数は () です。

(2) 9行3列の数は () です。

(3) 10行6列の数は () です。

(4) 12行7列の数は () です。

10

右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。また、表の中の数字を次のようにグループ分けしました。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1 行目	1	3	6	10	15
2 行目	2	5	9	14	
3 行目	4	8	13		
4 行目	7	12			
5 行目	11				

第 1 グループ 1

第 2 グループ 2、3

第 3 グループ 4、5、6

:

(1) 50 が何行何列かについて考えます。

① 50 をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) = (\quad) \text{ です。}$$

② $50 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) + (\quad)$ より、

50 は第 () グループ () 番目の数です。

③ よって、50 は () 行 () 列の数です。

自分で図を描いて考えなさい。

(2) 110 は () 行 () 列の数です。

(3) 160 は () 行 () 列の数です。

(3) 320 は () 行 () 列の数です。

ステップワ まとめ

右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。() にあてはまる数を求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1 行目	1	2	4	7	11
2 行目	3	5	8	12	
3 行目	6	9	13		
4 行目	10	14			
5 行目	15				

(1) 10 行 5 列の数は () です。

(2) 20 行 21 列の数は () です。

(3) 175 は () 行 () 列の数です。

(4) 500 は () 行 () 列の数です。

12 図のように、ある規則にしたがって
 数を並べました。() にあてはま
 る数を求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1 行目	1	3	6	10	15
2 行目	2	5	9	14	
3 行目	4	8	13		
4 行目	7	12			
5 行目	11				

(1) 15 行 11 列の数は () です。

(2) 4 行 36 列の数は () です。

(3) 204 は () 行 () 列の数です。

(4) 600 は () 行 () 列の数です。

ステップ8 【発展】 向きが変わる問題

13 右の図のように、ある規則にしたがって数を並べました。また、表の中の数字を次のようにグループ分けしました。

第1グループ 1

第2グループ 2、3

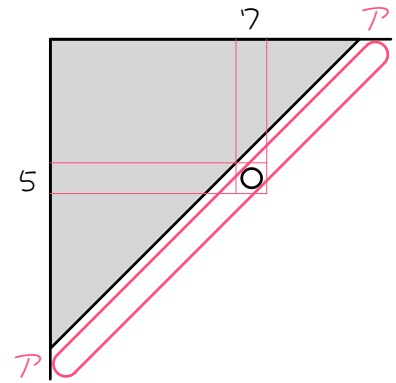
第3グループ 4、5、6

:

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1行目	1	2	6	7	15
2行目	3	5	8	14	
3行目	4	9	13		
4行目	10	12			
5行目	11				

- (1) 奇数グループの数は、(右上から左下・左下から右上)の順に、
偶数グループの数は、(右上から左下・左下から右上)の順に並びます。

(2) 5行7列の数の数について考えます。



① 5行7列の数のグループ番号は、

$$(\quad) + (\quad) - (\quad) = (A \quad) \text{ です。}$$

② 第 (A) グループの数は、(右上から左下・左下から右上) の順に並びます。

③ よって、5行7列の数は、第 (A) グループの () 番目です。

④ よって、5行7列の数は、

$$1 + 2 + 3 + \cdots + (\quad) + (\quad) = (\quad) \text{ です。}$$

(3) 6行10列の数は () です。

(4) 14行7列の数は () です。

(5) 1111 が何行何列かについて考えます。

① 1111 をこえない最も大きい三角数は、

$$1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) = (\quad) \text{ です。}$$

② $50 = 1 + 2 + 3 + \dots + (\text{ア}) + (\quad)$ より、

57 は第 (イ) グループ () 番目の数です。

③ 第 (イ) グループの数は、(右上から左下・左下から右上)

の順に並びます。

④ よって、1111 は () 行 () 列の数です。

図を描いて考えなさい。

(6) 144 は () 行 () 列の数です。

(7) 199 は () 行 () 列の数です。

14 図のように、ある規則にしたがって
 数を並べました。() にあてはま
 る数を求めなさい。

	1 列 目	2 列 目	3 列 目	4 列 目	5 列 目
1行目	1	3	4	10	11
2行目	2	5	9	12	
3行目	6	8	13		
4行目	7	14			
5行目	15				

(1) 10行8列の数は () です。

(2) 201は () 行 () 列の数です。

■ 解答 ■

1 (1)

番目	5	6	7	8	9
三角数	15	21	28	36	45

10	11	12	13	14	15
55	66	78	91	105	120

16	17	18	19	20
136	153	171	190	210

(2) $(1 + \square) \times \square \div 2$

2 (1) 55 (2) 78 (3) 120 (4) 210

3 (1) 三角数 (2) 55 (3) 78

(4) 15、1 (5) 19、1

4 (1) 三角数 (2) 36 (3) 91

(4) 1、14 (5) 1、20

5 (1) 1、2、3、4

(2) ① 1、2、3、

3

② 1、2、3、6

6

③ 1、2、3、4、10

10

(3) 1、2、3、4

(4) ① 1、4

2、3

3、2

4、1

② 1、5

2、4

3、3

4、2

5、1

(5) 行番号、列番号、1

6 (1) ① 2、8、1、9

② 9、2

③ 8、2、8、2、38

④ 38

(2) ① 3、9、1、11

② 11、3

③ 10、3、10、3、58

④ 58

(3) 82

(4) 125

(5) 286

7 (1) 13、91

(2) 16、136

(3) 24、300

8 (1) ① 10、55

② 10、2

11、2

③ 2、10

(2) ① 11、66

② 11、3

12、3

③ 3、10

(3) 9、6

(4) 14、4

(5) 10、11

9 (1) ① 7、3、1、9

② 9、3

③ 8、3、8、3、39

④ 39

(2) 58

(3) 111

(4) 160

10 (1) ① 9、45

② 9、5、

10、5

③ 6、5

(2) 11、5

(3) 12、7

(4) 6、20

- 11 (1) 101 (2) 800
 (2) 4、16 (4) 4、29
- 12 (1) 311 (2) 777
 (3) 7、14 (4) 31、5
- 13 (1) 左下から右上、右上から左下
 (2) ① 5、7、1、11
 ② 左下から右上
 ③ 11、7
 ④ 10、7、62
 (3) 115
 (4) 204
 (5) ① 14、105
 ② 14、6、
 15、6
 ③ 左下から右上
 ④ 6、列
 ⑤ 10、6
 (6) 10、8
 (7) 9、12
- 14 (1) 146 (2) 10、11

■ 解説 ■

- 6 (3) 4行10列の数は
 $4 + 10 - 1 = 13$
 より、13グループの4番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 12 + 4$
 $= (1 + 12) \times 12 + 4$
 $= \underline{82}$
- (4) 5行12列の数は
 $5 + 12 - 1 = 16$
 より、16グループの5番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 15 + 5$
 $= (1 + 15) \times 15 + 5$
 $= \underline{125}$
- (5) 10行15列の数は
 $10 + 15 - 1 = 24$
 より、24グループの10番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 23 + 10$
 $= (1 + 23) \times 23 + 10$
 $= \underline{286}$
- 8 (3) $100 = 1 + 2 + \dots + 13 + 9$
 $91 \leftarrow$
 より、100は14グループの9番目
 よって、第9行
 $14 + 1 - 9 = 6$
 より、9行6列
- (4) $150 = 1 + 2 + \dots + 16 + 14$
 $136 \leftarrow$
 より、150は17グループの14番目
 よって、第14行
 $17 + 1 - 14 = 4$
 より、14行4列

- (5) $200 = 1 + 2 + \dots + 19 + 10$
 $190 \leftarrow$
 より、200は20グループの10番目
 よって、第10行
 $20 + 1 - 10 = 11$
 より、10行11列
- 9 (2) 9行3列の数は
 $9 + 3 - 1 = 11$
 より、11グループの3番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 10 + 3$
 $= (1 + 10) \times 10 + 3$
 $= \underline{58}$
- (3) 10行6列の数は
 $10 + 6 - 1 = 15$
 より、15グループの6番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 14 + 6$
 $= (1 + 14) \times 14 + 6$
 $= \underline{111}$
- (4) 12行7列の数は
 $12 + 7 - 1 = 18$
 より、18グループ7番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 17 + 7$
 $= (1 + 17) \times 17 + 7$
 $= \underline{160}$
- 10 (2) $110 = 1 + 2 + \dots + 14 + 5$
 $105 \leftarrow$
 より、110は15グループの5番目
 よって、第5列
 $15 + 1 - 5 = 11$
 より、11行5列

(3) $160 = 1 + 2 + \dots + 17 + 7$
 より、160は18グループの7番目
 よって、第7列
 $18 + 1 - 7 = 12$
 より、12行7列

(4) $320 = 1 + 2 + \dots + 24 + 20$
 より、320は25グループの20番目
 よって、第20列
 $25 + 1 - 20 = 6$
 より、6行20列

11 (1) 10行5列の数は
 $10 + 5 - 1 = 14$
 より、14グループの10番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 13 + 10$
 $= (1 + 13) \times 13 + 10$
 $= \underline{101}$

(2) 20行21列の数は
 $20 + 21 - 1 = 40$
 より、40グループの20番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 39 + 20$
 $= (1 + 39) \times 39 + 20$
 $= \underline{800}$

(3) $175 = 1 + 2 + \dots + 18 + 4$
 より、175は19グループの4番目
 よって、第4行
 $19 + 1 - 4 = 16$
 より、4行16列

(4) $500 = 1 + 2 + \dots + 31 + 4$
 より、500は32グループの4番目
 よって、第4行
 $32 + 1 - 4 = 29$
 より、4行29列

12 (1) 15行11列の数は
 $15 + 11 - 1 = 25$
 より、25グループの11番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 24 + 11$
 $= (1 + 24) \times 24 + 11$
 $= \underline{311}$

(2) 4行36列の数は
 $4 + 36 - 1 = 39$
 より、39グループの36番目
 よって、
 $1 + 2 + \dots + 38 + 36$
 $= (1 + 38) \times 38 + 36$
 $= \underline{777}$

(3) $204 = 1 + 2 + \dots + 19 + 14$
 より、204は20グループの14番目
 よって、第14列
 $20 + 1 - 14 = 7$
 より、7行14列

(4) $600 = 1 + 2 + \dots + 34 + 5$
 より、600は35グループの5番目
 よって、第5列
 $35 + 1 - 5 = 31$
 より、31行5列

13 (3) 6行10列の数は

$$6 + 10 - 1 = 15$$

より、15グループ
15グループは下から上
よって、15グループの10番目
よって、

$$1 + 2 + \dots + 14 + 10$$

$$= (1 + 14) \times 14 + 10$$

$$= \underline{115}$$

(4) 14行7列の数は

$$14 + 7 - 1 = 20$$

より、20グループ
20グループは上から下
よって、20グループの14番目
よって、

$$1 + 2 + \dots + 19 + 14$$

$$= (1 + 19) \times 19 + 14$$

$$= \underline{204}$$

(6) $144 = 1 + 2 + \dots + 16 + 8$

より、144は17グループの8番目
17グループは下から上
よって、第8列

$$17 + 1 - 8 = 10$$

より、10行8列

(7) $199 = 1 + 2 + \dots + 19 + 9$

より、199は20グループの9番目
20グループは上から下
よって、第9行

$$20 + 1 - 9 = 12$$

より、9行12列

14 (1) 10行8列の数は

$$10 + 8 - 1 = 17$$

より、17グループ
17グループは上から下
よって、17グループの10番目
よって、

$$1 + 2 + \dots + 16 + 10$$

$$= (1 + 16) \times 16 + 10$$

$$= \underline{146}$$

(2) $201 = 1 + 2 + \dots + 19 + 11$

より、201は20グループの11番目
20グループは上から下
よって、第11列

$$20 + 1 - 11 = 10$$

より、10行11列