ステップ１　公式を作る

1　太郎君と先生の会話を読んで、あとの問いに答えなさい。

太郎君：「先生、ボクは等差数列の問題が苦手です。」

先　生：「そうですか。では、今日は等差数列をちょっとかわった解き方を教えてあげましょう。」

太郎君：「わーい！」

先　生：「それではまず、今まで習った解き方の復習をしてみましょう。適当な等差数列をつくって下さい。」

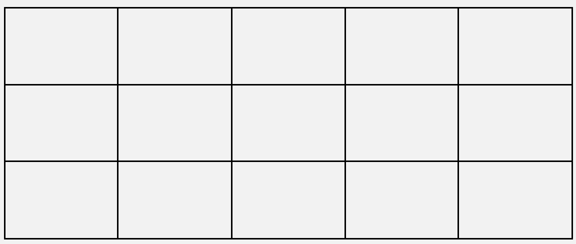
太郎君：「じゃあ、１、４、７、10、13、…という数列はどうですか。」

先　生：「いいですね。では、その数列の10番目の数を求めて下さい。」

太郎君：「え～っと、はじめの１に、差の３を（①　　　）回足せばいいから…、答えは（②　　　）ですね！」

(1)　①、②にあてはまる数を求めなさい。

先　生：「正解です。では、ちょっと違った解き方をしてみましょう。まず、図１のような箱を用意します。魔法の箱です。」



【図１】

太郎君：「魔法の箱!?」

先　生：「はい。まず、この箱の１段目に、数字を１、２、３、４、５と入れて下さい。」

太郎君：「１、２、３、４、５ですね。入れました！」

先　生：「では次に、等差数列の差が３なので、１段目の数を３倍したものを、２段目に入れてください。」

太郎君：「１、２、３、４、５を３倍するから…。できました！」

先　生：「ではさらに、２段目の数から（③　　　）を引いた数を３段目に入れて下さい。」

太郎君：「え〜と、２段目の数から引き算するだけだから…。できました！」

先　生：「３段目の数をよく見て下さい。何か気づきませんか？」

太郎君：「あっ！！さっきボクが作った等差数列になっています！」

(2)　③にあてはまる数を求めなさい。また、太郎君が完成させた魔法の箱を、図１に書きこみなさい。

先　生：「その通り。では、この魔法の箱を使って、この等差数列の 10 番目の数を求められますか？」

太郎君：「えーっと、10 番目ということは、１段目の数が 10 のときに、３段目の数を求めればいいから…。分かりました！」

(3)　太郎君は 10 番目の数をどのように求めましたか。太郎君の考え方が分かるように、式と答えを書きなさい。

先　生：「よくできました。では次に、この魔法の箱を使って、187がこの等差数列の何番目の数かを求めて下さい。」

太郎君：「えーっと、187ということは、３段目の数が187のときに、１段目の数を求めればいいから…。分かりました！」

(4) 太郎君は187がこの等差数列の何番目の数かをどのように求めましたか。太郎君の考え方が分かるように、式と答えを書きなさい。

先　生：「よくできました。では最後に、この魔法の箱を使って、この等差数列の□番目の数を求める公式をつくって下さい。」

太郎君：「えーっと、□番目ということは、１段目の数が□のときに、３段目の数を求めればいいから…。分かりました！」

(5) 太郎君が作った□番目を求める公式を、□を使った式で答えなさい。

この等差数列の□番目＝

魔法の箱の作り方

【例】　6、10、14、18、22、…

4

① 3×3の箱を用意して、1段目に番号をかきます。

1	2	3

② 1段目の数に、等差数列の差をかけます。この場合は4です。

×4

1	2	3
4	8	12

③ 2段目の数にある数を足したり、ある数を引いたりして、問題の等差数列になるようにします。この場合は2を足します。完成！

×4
＋2

1	2	3
4	8	12
6	10	14

④ よって、この数列の□番目を求める公式は、「□×4＋2」となります。

$\boxed{2}$ 次のような等差数列があります。

1、 5、 9、 13、 17、 21、 ・・・

(1) この数列の□番目を求める公式を作りなさい。

(2) この数列の 20 番目の数を求めなさい。

(3) 125 はこの数列の何番目の数ですか。

$\boxed{3}$ 次のような等差数列があります。

12、19、26、33、40、47、・・・

(1) この数列の□番目を求める公式を作りなさい。

(2) この数列の 30 番目の数を求めなさい。

(3) 306 はこの数列の何番目の数ですか。

ステップ２　群数列

4 次のような数列について考えます。例えば「７」は第３組の１番目の数で、はじめから数えて５番目の数です。

第１組	第２組	第３組	第４組	
１、２	４、５	７、８	１０、１１	・・・

(1) この数列の第□組の１番目の数を求める公式を作りなさい。

各組の１番目の数だけを並べた数列を考えます。

(2) この数列の第□組の２番目の数を求める公式を作りなさい。

(3)　はじめから数えて65番目の数について考えます。

①　この数は、第（　　　）組の（　　　）番目の数です。

②　この数は（　　　）です。

(3)　134について考えます。

①　この数は、第（　　　）組の（　　　）番目の数です。

②　この数は、はじめから数えて（　　　）番目です。

5 次のような数列について考えます。

1、 4、 6、 9、 11、 14、 16、 19、 ・・・・

(1) はじめから数えて 29 番目の数を求めなさい。

(2) 236 ははじめから数えて何番目の数ですか。

6 次のように、あるきまりにしたがって、整数を並べました。

1、 2、 3、 5、 6、 7、 9、 10、 ・・・・

(1) この数列の 100 番目の数はいくつですか。

(2) 99 は何番目の数ですか。

■　解答　■

1　(1)　①　9　②　28

(2)　③に入る数：2

図1：

1	2	3	4	5
3	6	9	12	15
1	4	7	10	13

(3)　式：10×3－2＝28

答え：28

(4)　式：□×3－2＝187

□＝(187＋2)÷3＝63

答え：63番目

(5)　□×3－2

2　(1)　□×4－3

(2)　77

(3)　32番目

3　(1)　□×7＋5

(2)　215

(3)　43番目

4　(1)　□×3－2

(2)　□×3－1

(3)　①　第33組の1番目

②　97

(4)　①　第45組の2番目

②　90番目

5　(1)　17　(2)　95番目

6　(1)　133　(2)　75番目

■　解説　■

$\boxed{1}$ (1) ①　9　②　28

(2) ③　2

1	2	3	4	5
3	6	9	12	15
1	4	7	10	13

(3) 式：10×3－2＝28

答え：28

(4) 式：(187＋2)÷3＝63

答え：63 番目

(5) □×3－2

$\boxed{2}$ (1) □×4－3

(2) 20×4－3＝77

(3) □×4－3＝125

□＝(125＋3)÷4＝32(番目)

$\boxed{3}$ (1) □×7＋5

(2) 30×7＋5＝215

(3) □×7＋5＝306

□＝(306－5)÷7＝43(番目)

$\boxed{4}$ (1) □×3－2

(2) □×3－1

(3) ①　65÷2＝32(組)余り1(個)

32＋1＝33(組)

よって、第 33 組の 1 番目

②　33×3－2＝97

(4) ①　1 番目の数とすると、

□×3－2＝134

□＝(134＋2)÷3

→割り切れないからダメ

2 番目の数とすると、

□×3－1＝101

□＝(134＋1)÷3＝45

よって、第 45 組の 2 番目

②　45×2＝90(番目)

$\boxed{6}$　2 個で 1 組に区切ります。

第□組 1 番目の数＝□×5－4

第□組 2 番目の数＝□×5－1

(1) 29÷2＝14(組)余り1(個)

14＋1＝15(組)

よって、第 15 組の 1 番目の数。

よって、15×5－4＝71

(2) 第□組 1 番目の数とすると、

□×5－4＝236

□＝(236＋4)÷5＝48

→第 48 組の 1 番目の数

よって、

48×2－1＝95(番目)

$\boxed{7}$　3 個で 1 組に区切ります。

第□組 1 番目の数＝□×4－3

第□組 2 番目の数＝□×4－2

第□組 3 番目の数＝□×4－1

(1) 100÷3＝33(組)余り1(個)

33＋1＝34(組)

よって、第 34 組の 1 番目。

よって、34×4－3＝133

(2) 第□組 1 番目の数とすると、

□×4－3＝99

□＝(99＋3)÷4

→割り切れないからダメ

第□組 2 番目の数もダメ

第□組 3 番目の数とすると、

□×4－1＝99

□＝(99＋1)÷4＝25

よって、第 25 組の 3 番目の数

よって、25×3＝75(番目)