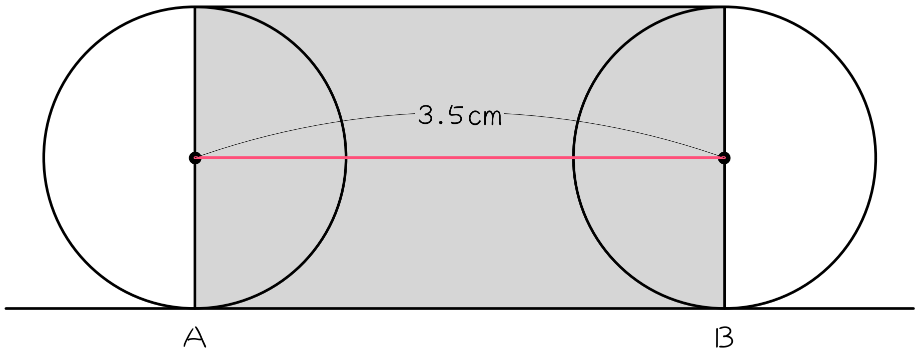
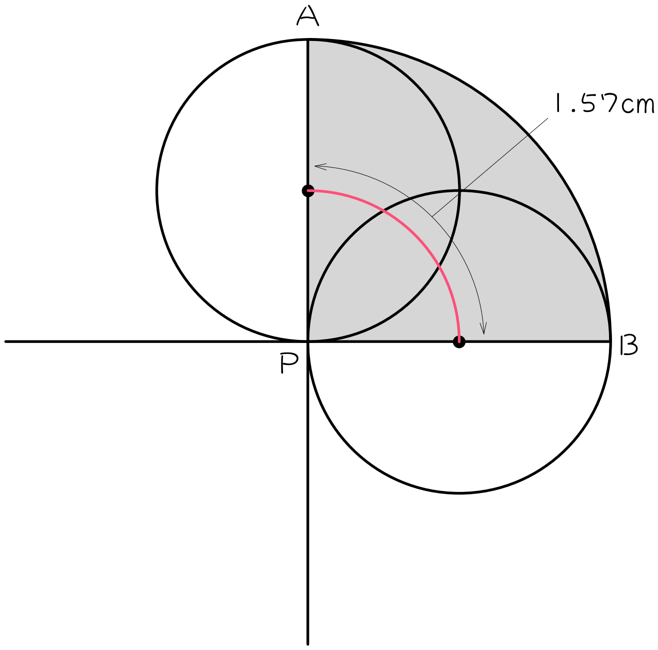
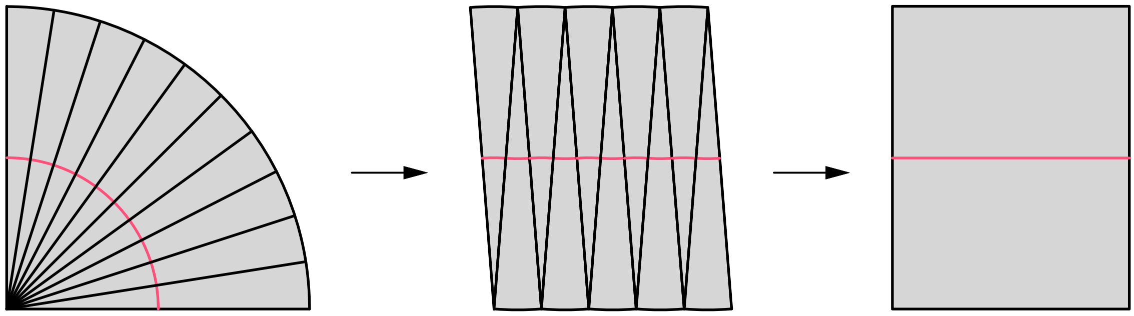
ステップ1　中心の移動距離×直径

1 図のように、半径1cmの円が直線の上をA点からB点までころがったところ、円の中心の動いた距離（赤い線の長さ）が3.5cmでした。このとき、色のついた部分の面積を求めなさい。



2 図のように、半径 1 cmの円がAの位置からBの位置まで、点Pを中心にして回転したところ、円の中心の動いた距離（赤い線の長さ）が1.57 cmでした。このとき、色のついた部分の面積を次のように求めました。（　　）にあてはまる数を求めなさい。





【図１】　【図２】　【図３】

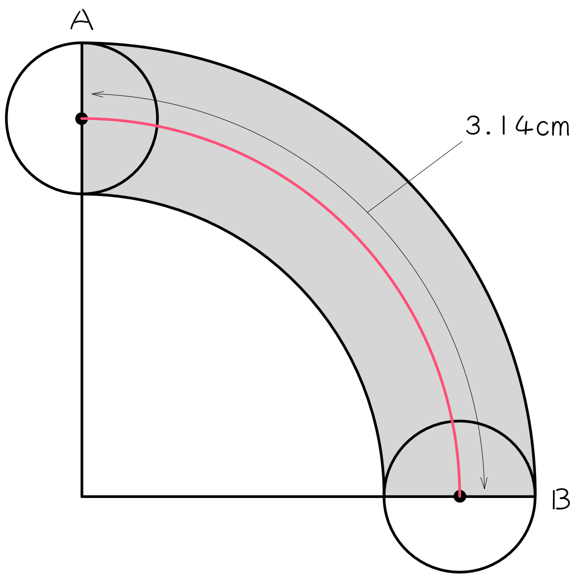
求めるおうぎ形を、図１のように細かく分割します。次に、これらのおうぎ形を図２のように互いちがいに並べかえます。すると、もとのおうぎ形はほぼ平行四辺形になります。分割する数を無限に増やすと、図３のような長方形になります。

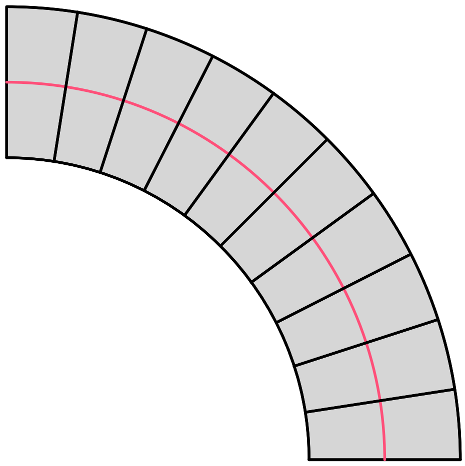
図３の長方形のたての長さは（　　　　）cm、横の長さは（　　　　）cmなので、この長方形の面積は、

（　　　　）×（　　　　）＝（　　　　）㎠

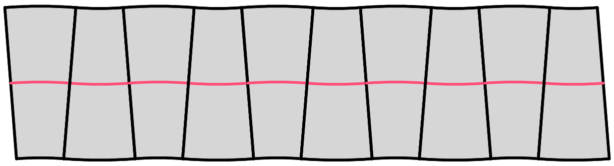
となり、これが求めるおうぎ形の面積になります。

3　図のように、半径１cmの円が、おうぎ形の外側をＡの位置からＢの位置までころがったところ、円の中心の動いた距離（赤い線の長さ）が3.14 cmでした。このとき、色のついた部分の面積を次のように求めました。（　　）にあてはまる数を求めなさい。

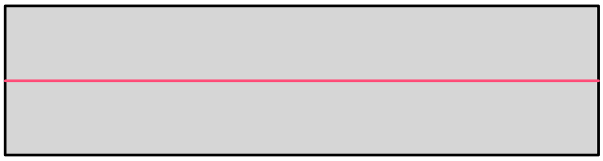




【図 1】



【図 2】



【図 3】

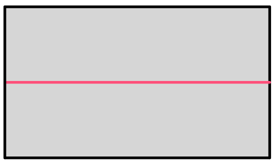
求める図形を、図1のように細かく分割します。次に、これらのおうぎ形を図2のように互いちがいに並べかえます。すると、もとのおうぎ形はほぼ平行四辺形になります。分割する数を無限に増やすと、図3のような長方形になります。

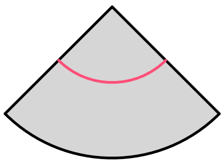
図3の長方形のたての長さは（　　　　）cm、横の長さは（　　　　）cmなので、この長方形の面積は、

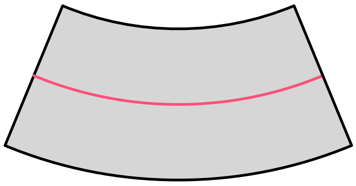
（　　　　）×（　　　　）＝（　　　　）㎠

となり、これが求める図形の面積になります。

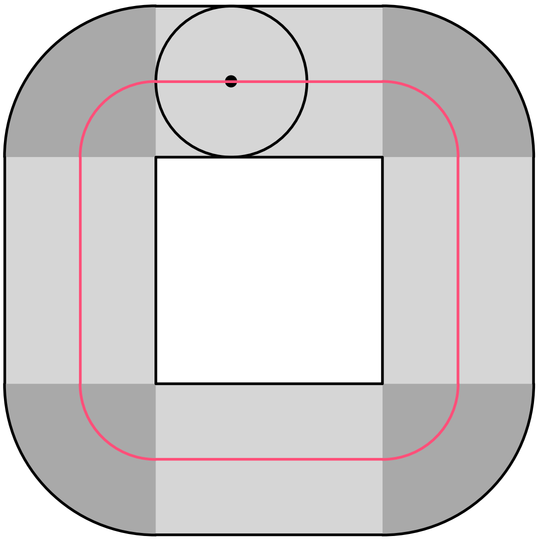
4 $\boxed{1}$～$\boxed{3}$の結果から考えて、円の動いたあとの図形が下の図１のような長方形、図２のようなおうぎ形、図３のようなおうぎ形からおうぎ形をのぞいた図形の組み合わせで表されるとき、円の動いたあとの図形の面積は、「中心の動いた距離×直径」で求めることができます。これを参考にして、次の問いに答えなさい。


【図１】

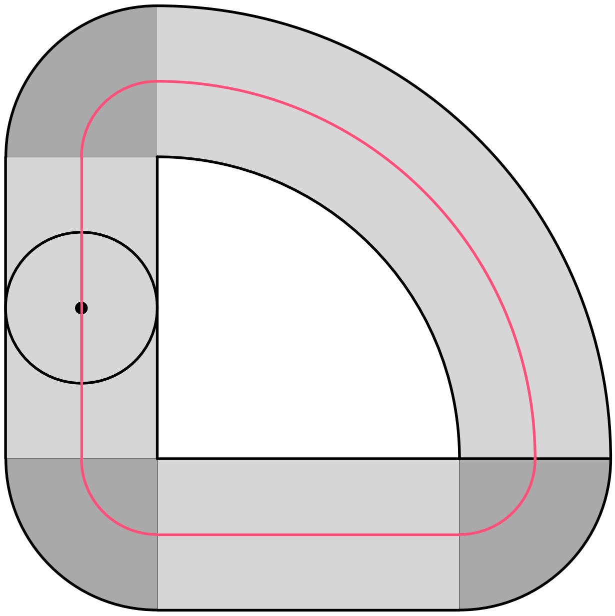

【図２】


【図３】

(1) 図のように、半径１cmの円が正方形の外側をころがって１周したところ、円の中心が動いた距離が14cmでした。円が動いた部分の面積を求めなさい。

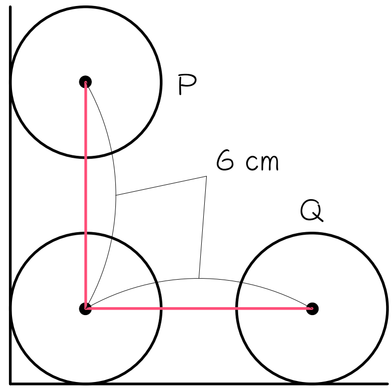


(2)　図のように、半径１cmの円が正方形の外側をころがって１周したところ、円の中心が動いた距離が20 cmでした。円が動いた部分の面積を求めなさい。

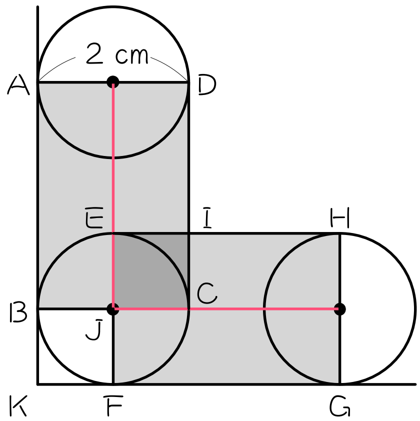


5☆　$\boxed{4}$の(1)(2)のような問題の場合、円の動いた面積は「中心の動いた距離×直径」で求められます。しかし、下の図１のように、直角の内側を円がころがる問題では、「円の動いた面積＝中心の動いた距離×直径」とはなりません。これについて考えます。

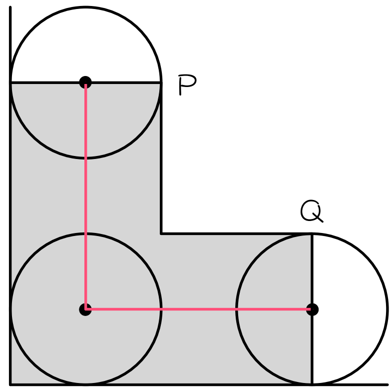
いま、図１のように、半径１cmの円がＰの位置からＱの位置まで辺にそってころがったところ、中心の移動した距離が６cmでした。



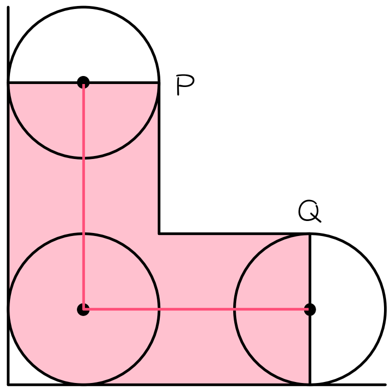
【図１】



【図２】



【図３】

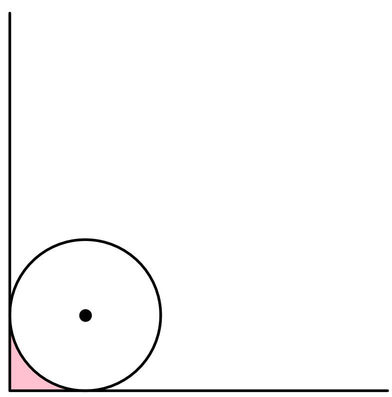


【図４】

(1) 中心の移動距離６cmに直径の２cmをかけると、６×２＝12(㎠)となります。これで求められる面積は、図２の長方形（　　　　　　）と長方形（　　　　　　）の面積の和になります。

(2) (1)の２つの長方形が重なっている部分である正方形（　　　　　　）の面積は、図２の白い正方形（　　　　　　）の面積と等しくなります。

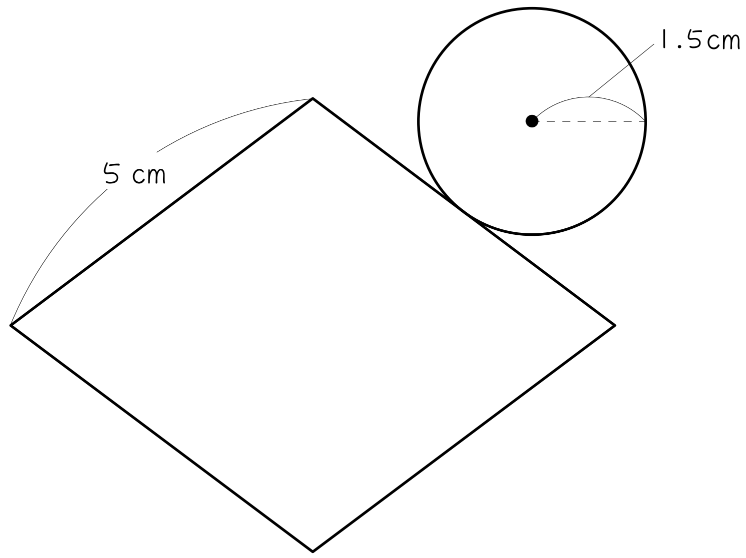
(3) (1)、(2)より、「中心の動いた距離×直径」で求めた面積（12㎠）は、図３の色のついた部分の面積と等しくなります。しかし実際には、円が動いた部分の面積は、図４の赤い部分の面積になるので（ただし半円部分はのぞく）、実際に円が動いた面積（赤い部分の面積）は、「中心の動いた距離×直径」で求めた面積（12㎠）よりも、下の図５の赤い部分の面積だけ（大きく・小さく）なります。



【図５】

ステップ２　多角形のまわり

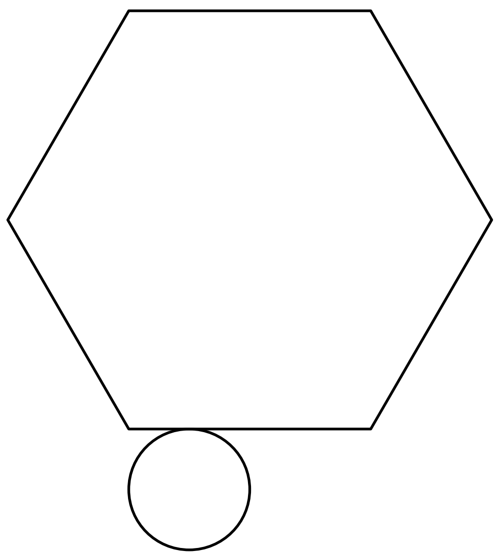
6　図のようなひし形の外側を、辺に接しながら半径 1.5 cmの円が１周するとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。



(1)　円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2)　円が動いたあとの図形の面積は何㎠ですか。

7　図のように１辺が４cmの正六角形と、その辺上に半径が１cmの円があります。円が正六角形の辺上をすべらずに１周するとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。

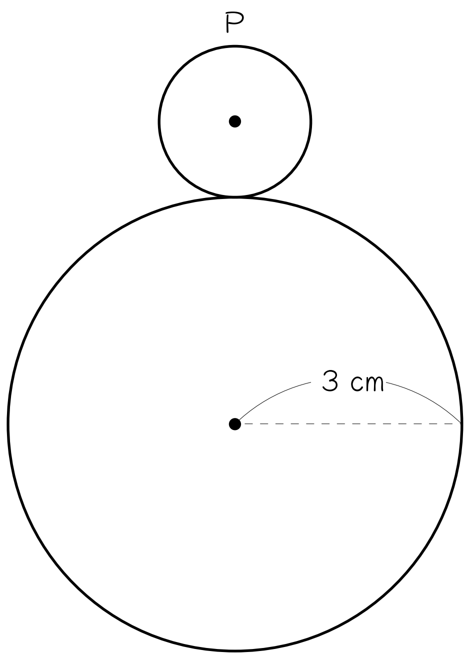


(1)　円の中心がえがく線の長さを求めなさい。

(2)　円が通過する部分の面積を求めなさい。

ステップ９　円の外側

8　図のような半径３cmの円の外側を、円周にそって半径１cmの円Ｐが１周するとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。

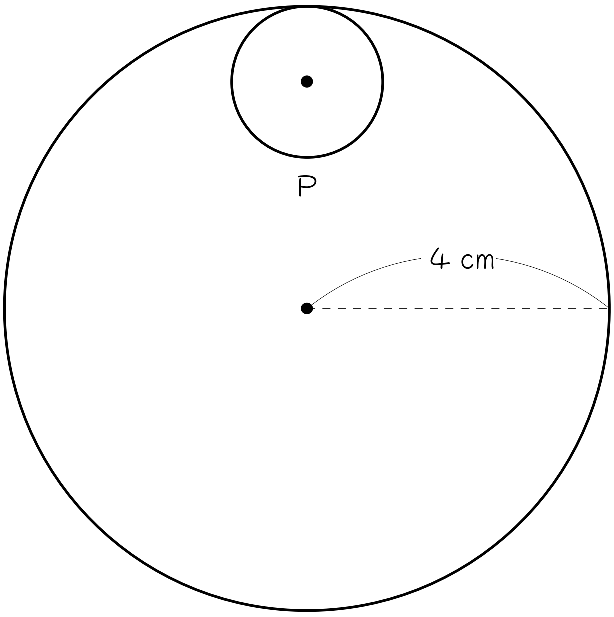


(1)　円Ｐの中心が動いたあとの線の長さを求めなさい。

(2)　円Ｐが通ったあとの面積を求めなさい。

ステップ 10　円の内側

9　図のような半径４cmの円の内側を、円周にそって半径１cmの円Ｐが１周するとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。

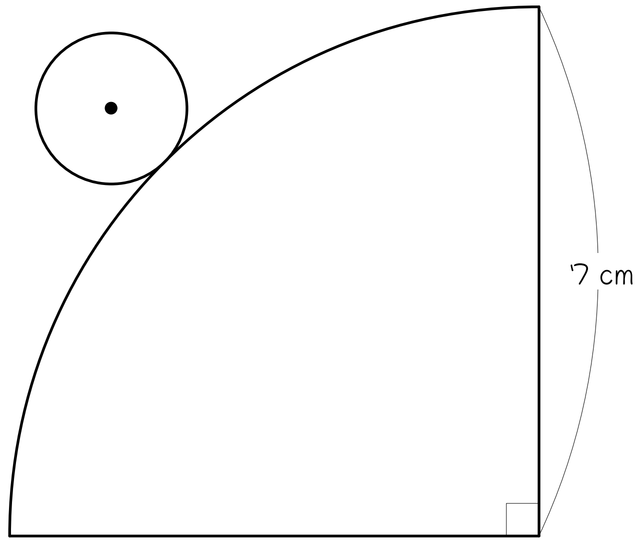


(1)　円Ｐの中心が動いたあとの線の長さを求めなさい。

(2)　円Ｐが通ったあとの面積を求めなさい。

ステップ11　おうぎ形の外側

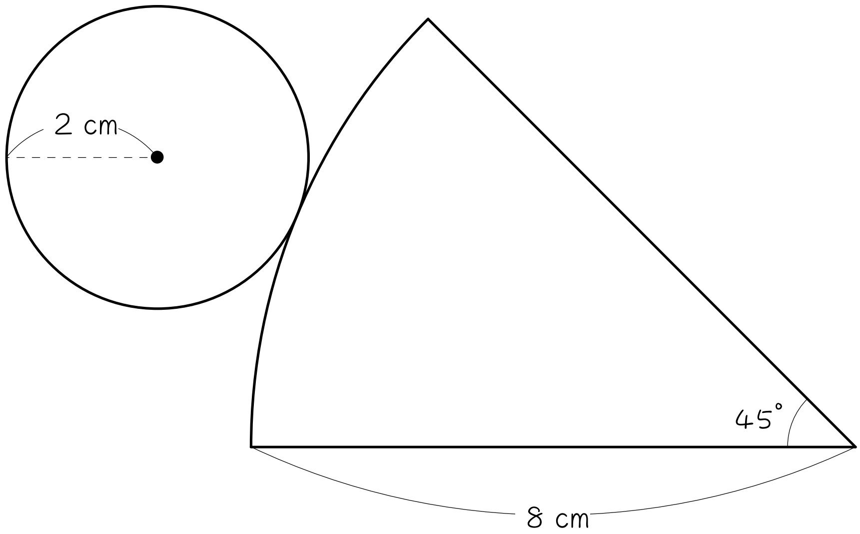
10　図のようなおうぎ形の外側を、周にそって半径1cmの円が1周するとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は3.14とします。



(1)　円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2)　円が動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

11　図のようなおうぎ形の外側を、半径２cmの円がころがって１周するとき、次の問いに答えなさい。ただし、円周率は 3.14 とします。

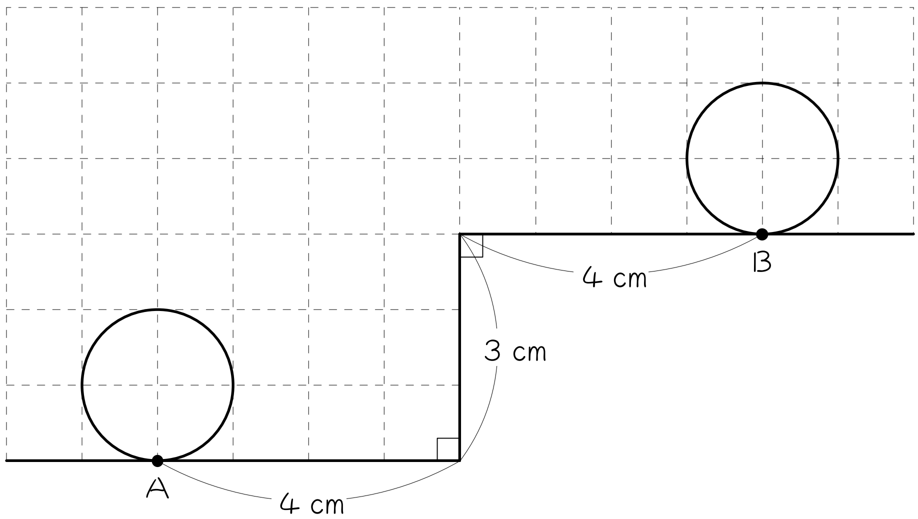


(1)　円の中心が動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2)　円が動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

ステップ14　【発展】折れ線

12　図のような折れ線上を、半径1cmの円がAからBまですべることなく転がって移動します。円周率を3.14として、次の問いに答えなさい。



(1)　円の中心Oが動いたあとの線の長さは何cmですか。

(2)☆　円が動いたあとの図形の面積は何cm²ですか。

■　解答　■

$\boxed{1}$　7㎠

$\boxed{2}$　2、1.57、

2、1.57、3.14

$\boxed{3}$　2、3.14、

2、3.14、6.28

$\boxed{4}$　(1)　28㎠　(2)　40㎠

$\boxed{5}$　(1)　ABCD、EFGH

(2)　EJCI、BKFJ

(3)　小さく

$\boxed{6}$　(1)　29.42 cm　(2)　88.26㎠

$\boxed{7}$　(1)　30.28 cm　(2)　60.56㎠

$\boxed{8}$　(1)　25.12 cm　(2)　50.24㎠

$\boxed{9}$　(1)　18.84 cm　(2)　37.68㎠

$\boxed{10}$　(1)　31.27 cm　(2)　62.54㎠

$\boxed{11}$　(1)　34.84 cm　(2)　139.36㎠

$\boxed{12}$　(1)　10.57 cm　(2)　24.065㎠

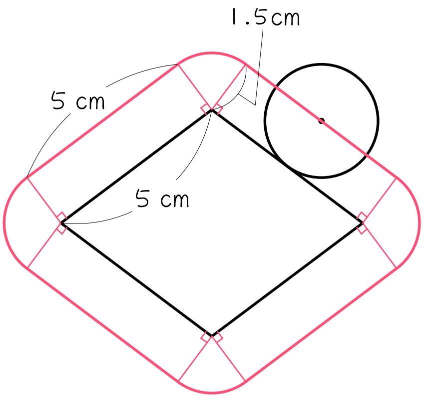
■ 解説 ■

1 $2 \times 3.5 =$ 7(㎠)

4 (1) $14 \times 2 =$ 28(㎠)

(2) $20 \times 2 =$ 40(㎠)

6

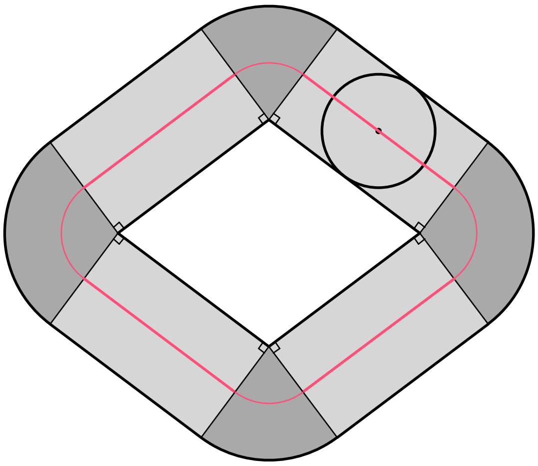


(1) 4つのおうぎ形は合体させると円になります。よって、

$3 \times \pi + 5 \times 4$

$= 9.42 + 20$

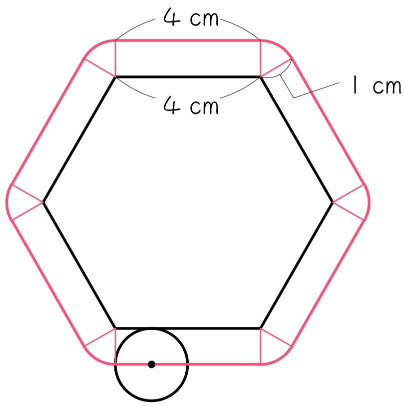
$=$ 29.42(cm)



(2) 円の動いたあとは上のような図形になるので、中心の移動距離×直径で求められます。

$29.42 \times 3 =$ 88.26(㎠)

7

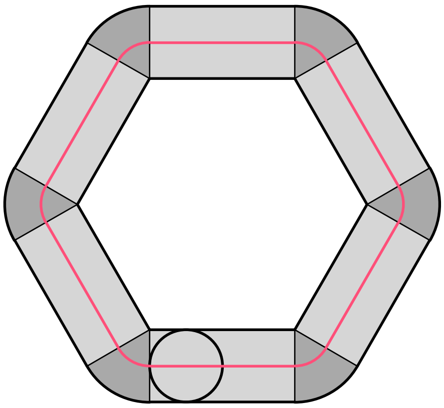


(1) 6つのおうぎ形は合体させると円になります。よって、

$2 \times \pi + 4 \times 6$

$= 6.28 + 24$

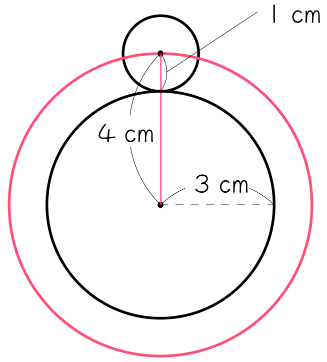
$=$ 30.28(cm)



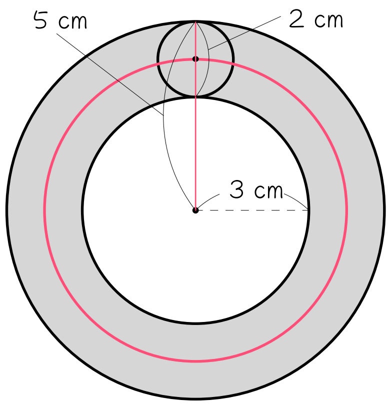
(2) 円の動いたあとは上のような図形になるので、中心の移動距離×直径で求められます。

$30.28 \times 2 =$ 60.56(㎠)

8



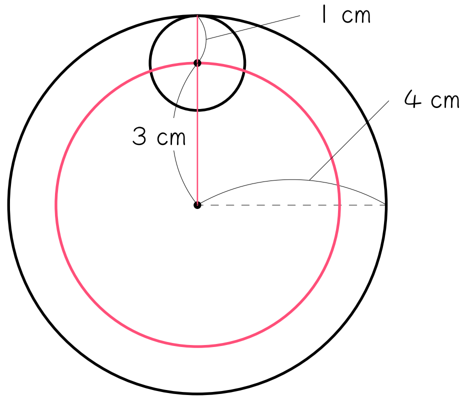
(1)　8 × π ＝25.12(cm)



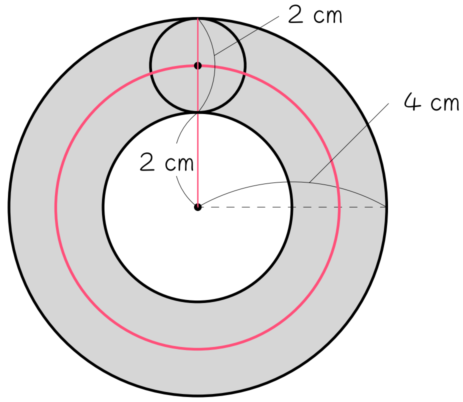
(2)　5 × 5 × π － 3 × 3 × π
＝16× π
＝50.24(cm²)

【別解】 中心の移動距離×直径で求められます。
25.12× 2 ＝50.24(cm²)

9



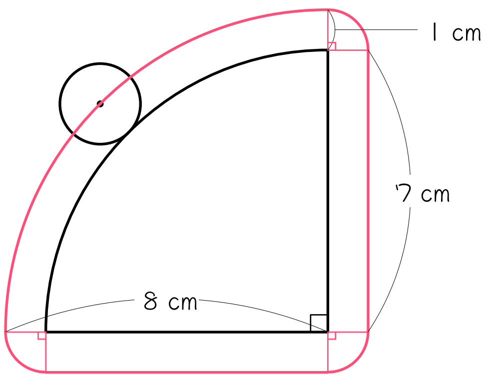
(1)　6 × π ＝18.84(cm)



(2)　4 × 4 × π － 2 × 2 × π
＝12× π
＝37.68(cm²)

【別解】 中心の移動距離×直径で求められます。
18.84× 2 ＝37.68(cm²)

10



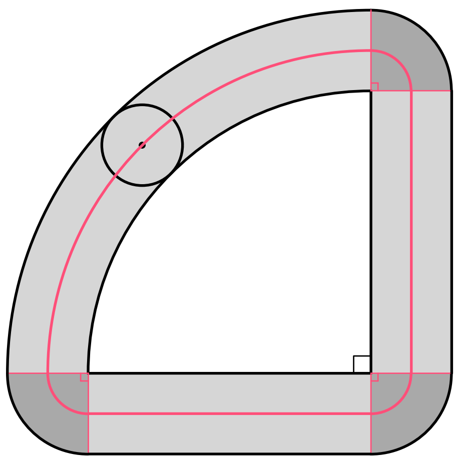
(1) $16 \times \pi \times \frac{1}{4} + 2 \times \pi \times \frac{1}{4} \times 3 + 7 \times 2$

$= 4 \times \pi + 1.5 \times \pi + 14$

$= 5.5 \times \pi + 14$

$= 17.27 + 14$

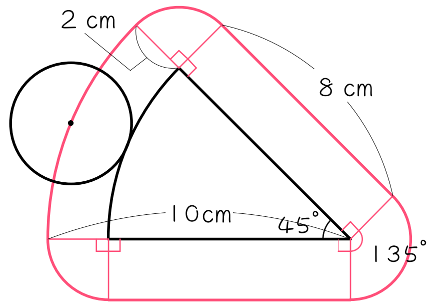
$= \underline{31.27(\text{cm})}$



(2) 円の動いたあとは上のような図形になるので、中心の移動距離×直径で求められます。

$31.27 \times 2 = \underline{62.54(\text{cm}^2)}$

11



(1) $90 + 90 + 135 = 315$(度)

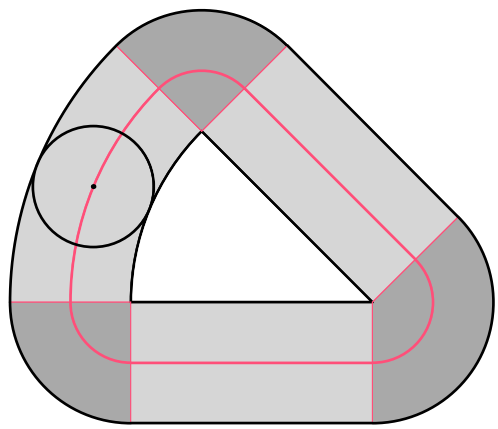
$20 \times \pi \times \frac{45}{360} + 4 \times \pi \times \frac{315}{360} + 8 \times 2$

$= 2.5 \times \pi + 3.5 \times \pi + 16$

$= 6 \times \pi + 16$

$= 18.84 + 16$

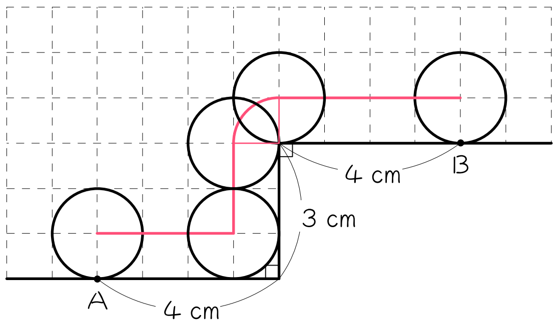
$= \underline{34.84(\text{cm})}$



(2) 円の動いたあとは上のような図形になるので、中心の移動距離×直径で求められます。

$34.84 \times 4 = \underline{139.36(\text{cm}^2)}$

12 (1) 中心の動いたあとは、下の図のようになります。



よって、

$2\times\pi\times\frac{1}{4}+3+2+4$

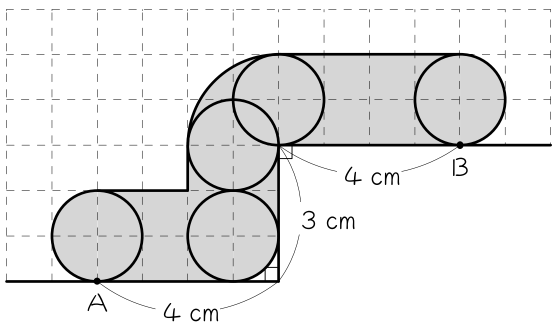
$=0.5\times\pi+9$

$=1.57$

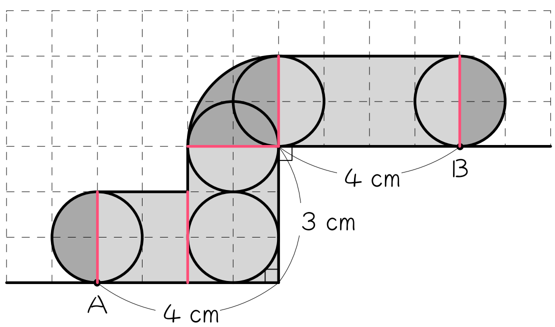
$=\underline{10.57(\text{cm})}$

(2) 円の動いたあとは、図1のようになります。この面積は、図2の色のついた部分の面積から、図3の図形を引いて求めます。

【図1】



【図2】



【図3】

図2の色のついた部分の面積は、

$1\times1\times\pi+2\times2\times\pi\times\frac{1}{4}$

$+(2+3+4)\times2$

$=1\times\pi+1\times\pi+18$

$=2\times\pi+18$

$=6.28+18$

$=24.28(\text{cm}^2)$

図3の図形の面積は、

$1\times1-1\times1\times\pi\times\frac{1}{4}$

$=1-0.25\times\pi$

$=1-0.785$

$=0.215(\text{cm}^2)$

よって、求める面積は、

$24.28-0.215=\underline{24.065(\text{cm}^2)}$