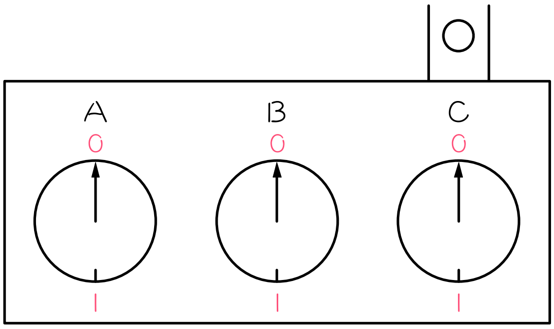
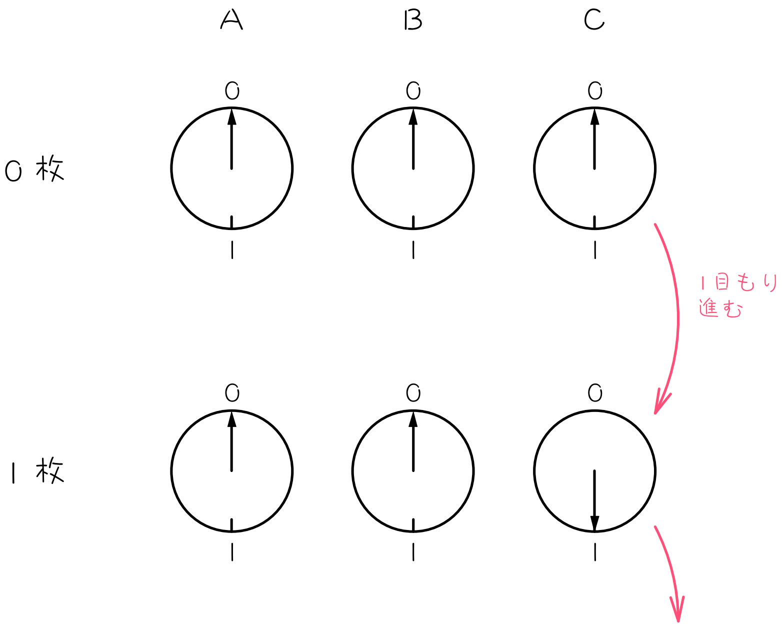
ステップ1　実験

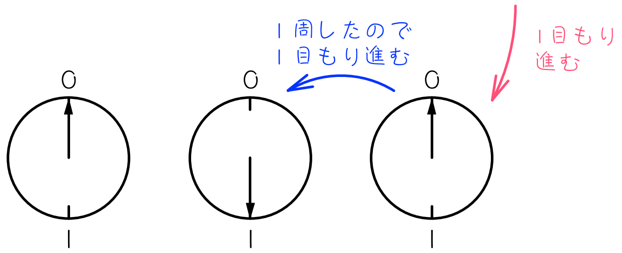
1　下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを1枚入れるごとにCの針は右回りに1めもり進みます。Cの針が1周するとBの針が右回りに1めもり進み、Bの針が1周するとAの針が右回りに1めもり進みます。めもりはA、B、Cの3つのメーターとも、0と1の2つです。



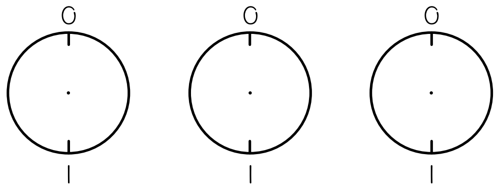
いま、コインの枚数とA、B、Cのメーターの様子を下の図のようにまとめました。次のページに、3枚から7枚までの様子を書きこみなさい。



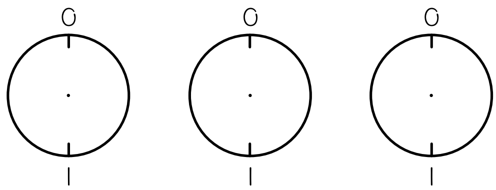
2 枚



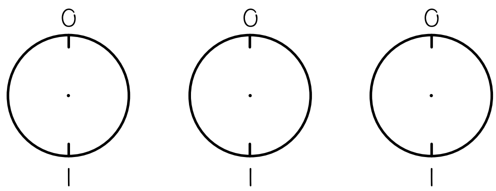
3 枚



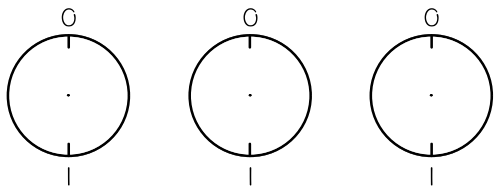
4 枚



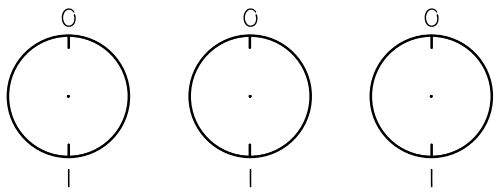
5 枚



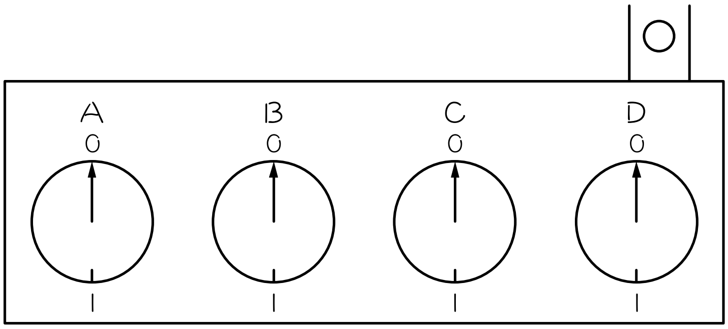
6 枚



7 枚



２　下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを１枚入れるごとにＤの針は右回りに１めもり進みます。Ｄの針が１周するとＣの針が右回りに１めもり進み、Ｃの針が１周するとＢの針が右回りに１めもり進み、Ｂの針が１周するとＡの針が右回りに１めもり進みます。



Ａの針が１を、Ｂの針が０を、Ｃの針が１を、Ｄの針が０指している状態を、「１０１０」と表すことにします。このとき、コインの枚数とＡ、Ｂ、Ｃの針の様子を、下の表にまとめなさい。

	Ａ	Ｂ	Ｃ	Ｄ
０枚	０	０	０	０
１枚				
２枚				
３枚				
４枚				
５枚				
６枚				
７枚				

	Ａ	Ｂ	Ｃ	Ｄ
８枚				
９枚				
１０枚				
１１枚				
１２枚				
１３枚				
１４枚				
１５枚				

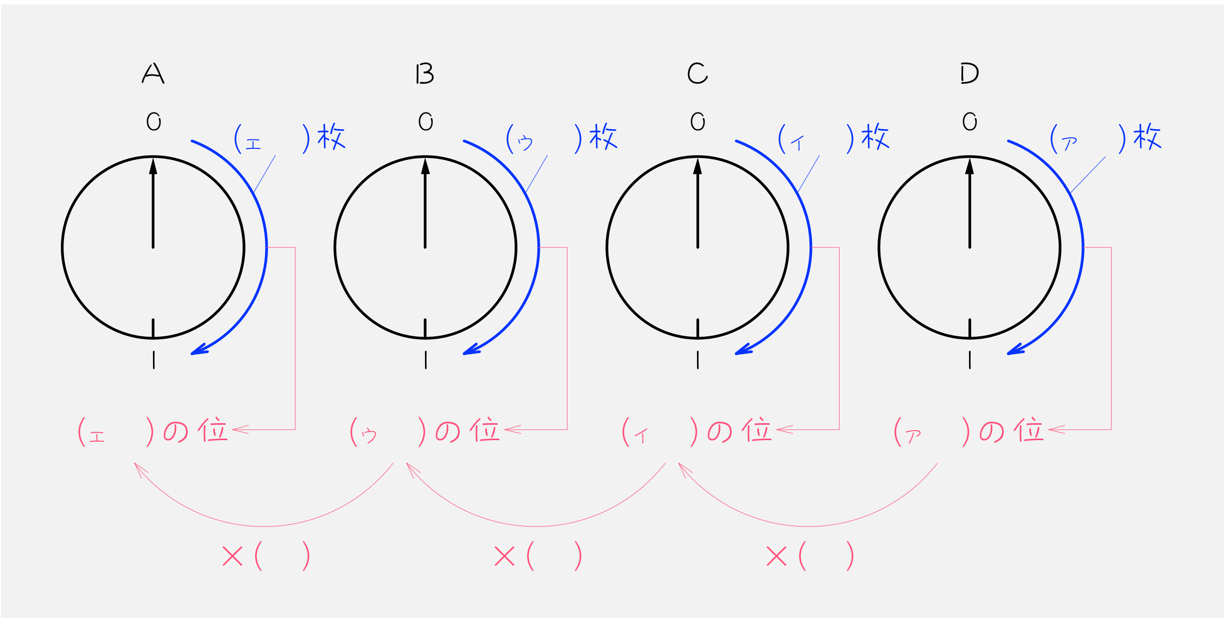
3

$\boxed{2}$について考えます。※「N進法(2)」のプリントの$\boxed{1}$も参照のこと。

(1) $\boxed{2}$の表から分かるように、A、B、C、Dの針が表す数字をひと続きの数と見ると、(　　　) 進数になっています。これは、めもりが0と1の (　　　) 種類しかないからです。

(2) (1)のとき、Dのメーターは (　　　) の位を、Cのメーターは (　　　) の位を、Bのメーターは (　　　) の位を、Aのメーターは (　　　) の位を表しています。

(3) (2)の理由について考えます。



① Dの針は、1めもり進むのにコインが（ア　　　）枚必要なので、

（ア　　　）の位を表します。

② Cの針は、1めもり進むのにコインが

（ア　　　）×（　　　）＝（イ　　　）枚必要

なので、（イ　　　）の位を表します。

③ Bの針は、1めもり進むのにコインが

（イ　　　）×（　　　）＝（ウ　　　）枚必要

なので、（ウ　　　）の位を表します。

④ Aの針は、1めもり進むのにコインが

（ウ　　　）×（　　　）＝（エ　　　）枚必要

なので、（エ　　　）の位を表します。

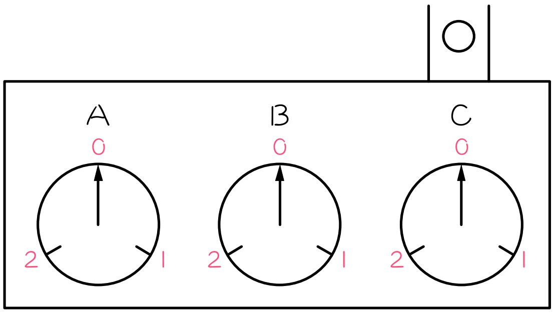
(4) (1)、(2)の考え方を使うと、針の表示が「1 1 1 1」になるのは、

（　　）×1＋（　　）×1＋（　　）×1＋（　　）×1＝（　　）

より、コインを（　　　）枚入れたときとなります。

※これが、この機械が数えられる最高の数になります。

4　下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを1枚入れるごとにCの針は右回りに1めもり進みます。Cの針が1周するとBの針が右回りに1めもり進み、Bの針が1周するとAの針が右回りに1めもり進みます。めもりはA、B、Cの3つのメーターとも、0と1と2の3つです。



いま、Aの針が1を、Bの針が0を、Cの針が1を指している状態を、「101」と表すことにします。このとき、コインの枚数とA、B、Cの針の様子を、下の表にまとめなさい。

	A	B	C
0枚	0	0	0
1枚			
2枚			
3枚			
4枚			
5枚			
6枚			

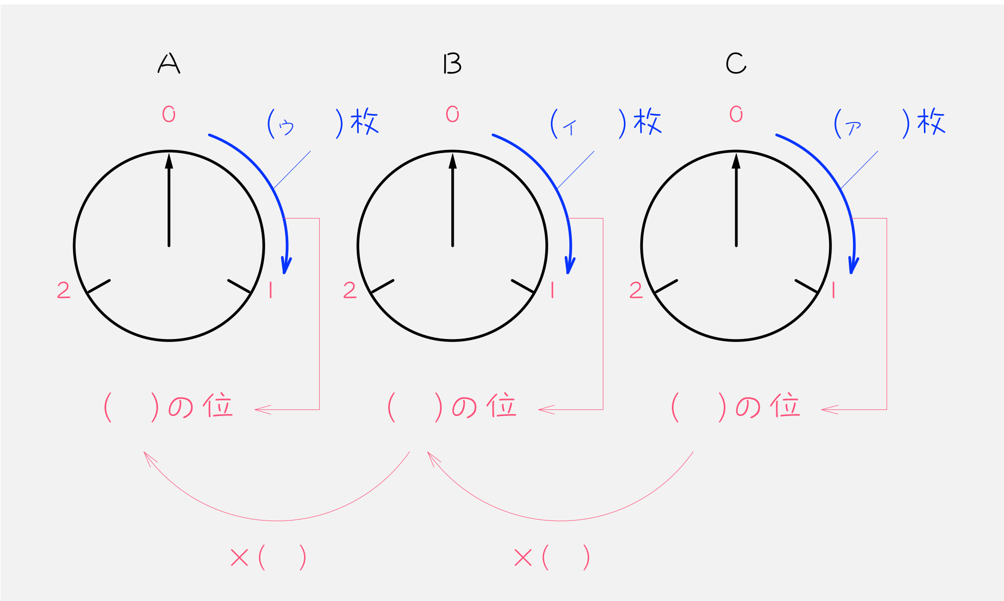
	A	B	C
7枚			
8枚			
9枚			
10枚			
11枚			
12枚			
13枚			

5　4について考えます。※「N進法(2)」のプリントの3も参照のこと。

(1)　4の表から分かるように、A、B、Cの針が表す数字をひと続きの数と見ると、（　　　）進数になっています。これは、めもりが0、1、2の（　　　）種類しかないからです。

(2)　(1)のとき、Cのメーターは（　　　）の位を、Bのメーターは（　　　）の位を、Aのメーターは（　　　）の位を表しています。

(3)　(2)の理由について考えます。



① Cの針は、1めもり進むのにコインが（ア　　）枚必要なので、

（　　）の位を表します。

② Bの針は、1めもり進むのにコインが

（ア　　）×（　　）＝（イ　　）枚必要

なので、（　　）の位を表します。

③ Aの針は、1めもり進むには、コインが

（イ　　）×（　　）＝（ウ　　）枚必要

なので、（　　）の位を表します。

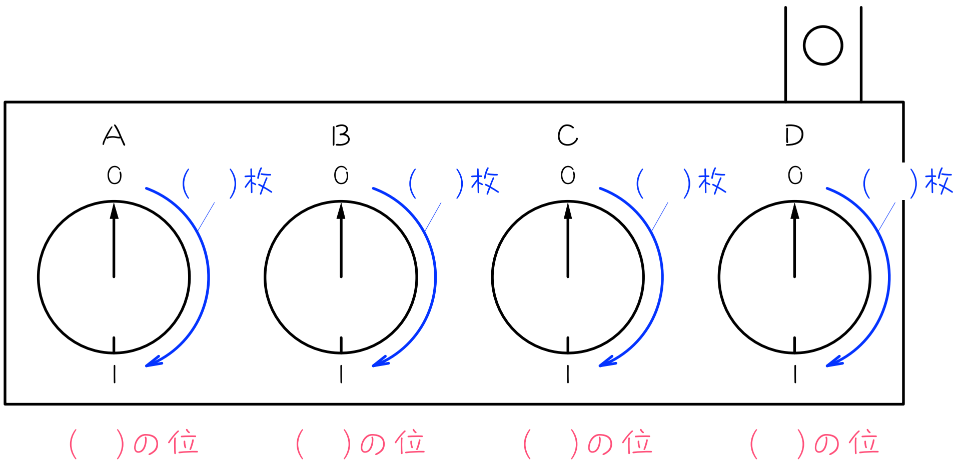
(4) (1)、(2)の考え方を使うと、針の表示が「1 1 0」になるのは、

（　　）×1＋（　　）×1＋（　　）×0＝（　　）

より、コインを（　　）枚入れたときとなります。

ステップ２　練習問題

6　下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを１枚入れるごとにＤの針は右回りに１めもり進みます。Ｄの針が１周するとＣの針が右回りに１めもり進み、Ｃの針が１周するとＢの針が右回りに１めもり進み、Ｂの針が１周するとＡの針が右回りに１めもり進みます。



(1)　めもりが０と１の（　　　）種類しかないので、この機械は（　　　）進法になります。

(2)　Ｄの針は（　　　）の位を、Ｃの針は（　　　）の位を、Ｂの針は（　　　）の位を、Ａの針は（　　　）の位を表します。

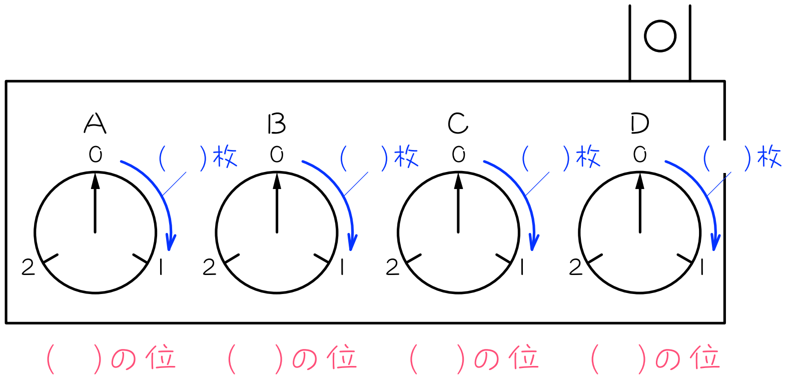
(3)　コインを（　　　）枚入れると、Aの針が1を、Bの針が1を、Cの針が0を、Dの針が1を指します。

(4)　コインを11枚入れると、Aの針が（　　　）を、Bの針が（　　　）を、Cの針が（　　　）を、Dの針が（　　　）を指します。

大きい位から考えると簡単です。

(5)　この機械で数えられるコインの枚数は（　　　）枚までです。

7 下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを１枚入れるごとにDの針は右回りに１めもり進みます。Dの針が１周するとCの針が右回りに１めもり進み、Cの針が１周するとBの針が右回りに１めもり進み、Bの針が１周するとAの針が右回りに１めもり進みます。



(1) めもりが０、１、２の(　　　)種類しかないので、この機械は(　　　)進法になります。

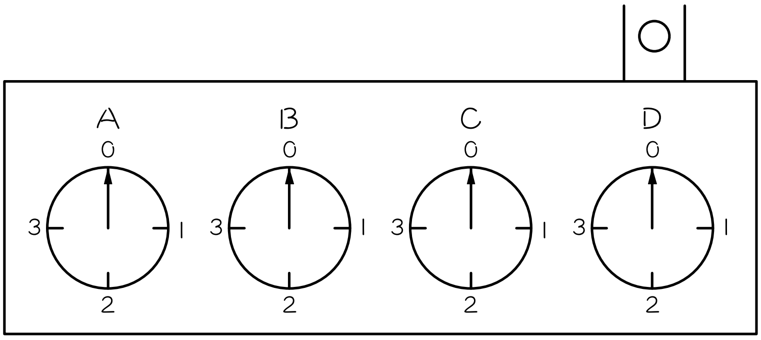
(2) Dの針は(　　　)の位を、Cの針は(　　　)の位を、Bの針は(　　　)の位を、Aの針は(　　　)の位を表します。

(3) コインを（　　　）枚入れると、Aの針が1を、Bの針が2を、Cの針が0を、Dの針が1を指します。

(4) コインを77枚入れると、Aの針が（　　　）を、Bの針が（　　　）を、Cの針が（　　　）を、Dの針が（　　　）を指します。

(5) この機械で数えられるコインの枚数は（　　　）枚までです。

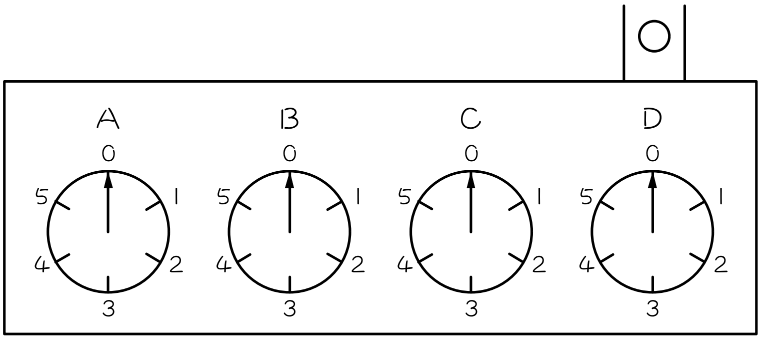
8　下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを1枚入れるごとにDの針は右回りに1めもり進みます。Dの針が1周するとCの針が右回りに1めもり進み、Cの針が1周するとBの針が右回りに1めもり進み、Bの針が1周するとAの針が右回りに1めもり進みます。



(1)　コインを108枚入れると、Aの針は（　　　）を、Bの針は（　　　）を、Cの針は（　　　）を、Dの針は（　　　）を指します。

(2)　コインを（　　　）枚入れると、Aの針は3を、Bの針は1を、Cの針は0を、Dの針は2を指します。

9 下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを1枚入れるごとにDの針は右回りに1めもり進みます。Dの針が1周するとCの針が右回りに1めもり進み、Cの針が1周するとBの針が右回りに1めもり進み、Bの針が1周するとAの針が右回りに1めもり進みます。

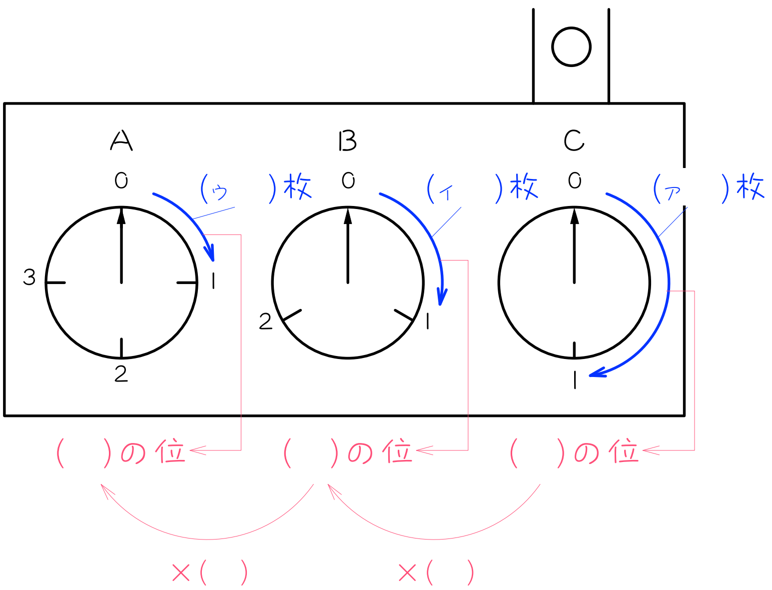


(1) コインを500枚入れると、Aの針は（　　　）を、Bの針は（　　　）を、Cの針は（　　　）を、Dの針は（　　　）を指します。

(2) コインを（　　　）枚入れると、Aの針は5を、Bの針は5を、Cの針は5を、Dの針は5を指します。

ステップ3　【応用】変則N進法

10　下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを１枚入れるごとにCの針は右回りに１めもり進みます。Cの針が１周するとBの針が右回りに１めもり進み、Bの針が１周するとAの針が右回りに１めもり進みます。



(1)　A、B、Cの針がそれぞれ何の位を表すかを考えます。

①　Cの針は、１めもり進むのにコインが（ア　　　）枚必要なので、

（　　　）の位を表します。

② Bの針は、1めもり進むのにコインが

（ア　　　）×（　　　）＝（イ　　　）枚必要

なので、（　　　）の位を表します。

③ Aの針は、1めもり進むには、コインが

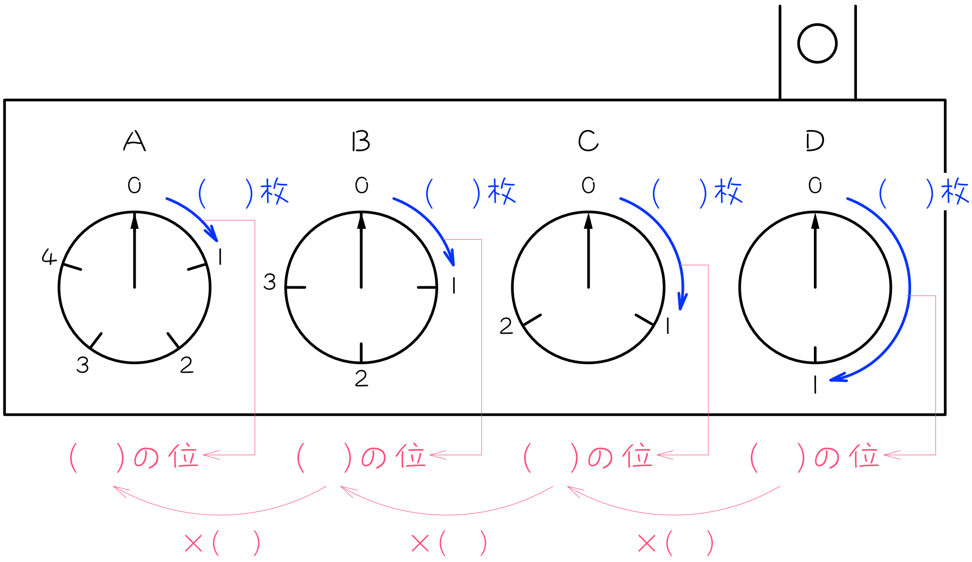
（イ　　　）×（　　　）＝（ウ　　　）枚必要

なので、（　　　）の位を表します。

(2) コインを17枚入れると、Aの針は（　　　）を、Bの針は（　　　）を、Cの針は（　　　）を指します。

(3) コインを（　　　）枚入れると、Aの針は3を、Bの針は1を、Cの針は1を指します。

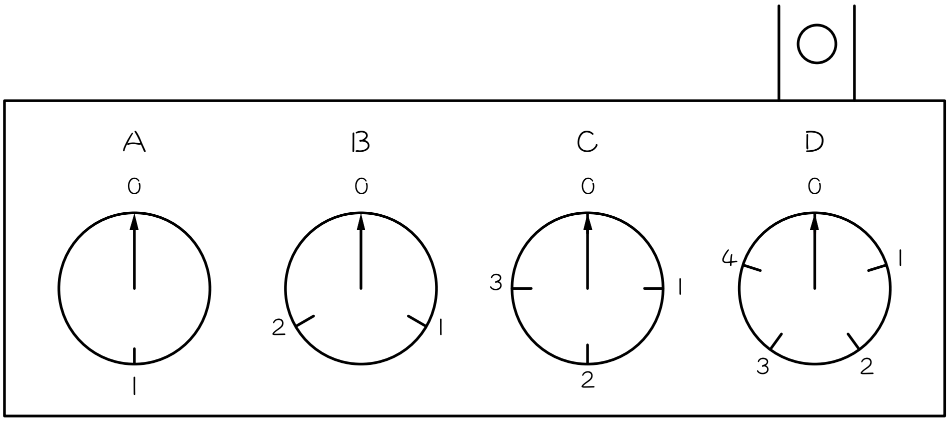
11 下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを１枚入れるごとにＤの針は右回りに１めもり進みます。Ｄの針が１周するとＣの針が右回りに１めもり進み、Ｃの針が１周するとＢの針が右回りに１めもり進み、Ｂの針が１周するとＡの針が右回りに１めもり進みます。



(1) コインを70枚入れると、Ａの針は（　　　）を、Ｂの針は（　　　）を、Ｃの針は（　　　）を、Ｄの針は（　　　）を指します。

(2) コインを（　　　）枚入れると、Ａの針は４を、Ｂの針は３を、Ｃの針は０を、Ｄの針は１を指します。

12 下の図のような、コインの枚数を数える機械があります。コインを1枚入れるごとにDの針は右回りに1めもり進みます。Dの針が1周するとCの針が右回りに1めもり進み、Cの針が1周するとBの針が右回りに1めもり進み、Bの針が1周するとAの針が右回りに1めもり進みます。

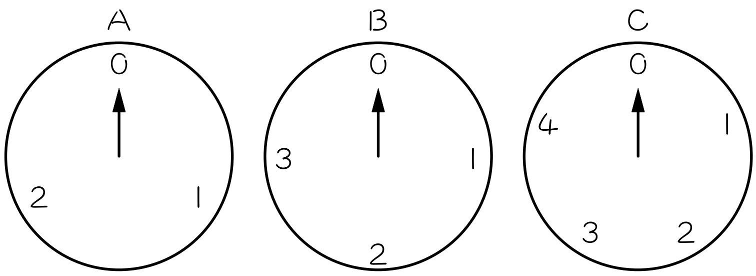


(1) コインを70枚入れると、Aの針は（　　　）を、Bの針は（　　　）を、Cの針は（　　　）を、Dの針は（　　　）を指します。

(2) コインを（　　　）枚入れると、Aの針は1を、Bの針は2を、Cの針は3を、Dの針は4を指します。

13☆　下の図のようなメーターがあり、コインを1枚入れるとAの針は1めもり右回りに動きます。Aの針が1周するとBの針が右回りに1めもり動き、Bの針が1周するとCの針が右回りに1めもり動きます。A、B、Cの針が指すめもりが順に1、2、4のとき、これを（1、2、4）と表すことにします。はじめ、A、B、Cの針が指しているめもりは（0、0、0）であるとして、次の問いに答えなさい。

Aの針から動くことに注意しなさい。



(1)　はじめて（2、3、4）となるのは、コインを何枚入れたときですか。

(2)　２回目に（０、０、０）となるのは、コインを何枚入れたときですか。

(3)　２回目に（１、２、３）となるのは、コインを何枚入れたときですか。

(4)　コインを 2000 枚入れたとき、A、B、C の針が指すめもりはどうなりますか。

■ 解答 ■

1

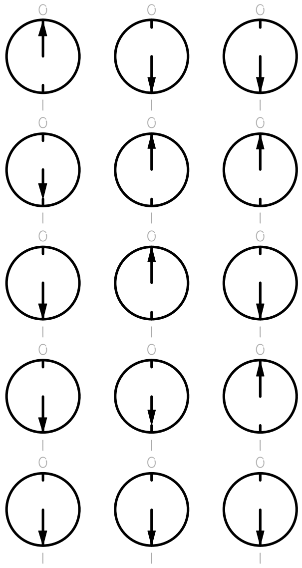
3 枚

4 枚

5 枚

6 枚

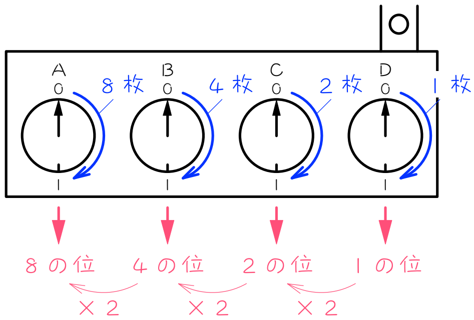
7 枚



2

	A	B	C	D
0 枚	0	0	0	0
1 枚	0	0	0	1
2 枚	0	0	1	0
3 枚	0	0	1	1
4 枚	0	1	0	0
5 枚	0	1	0	1
6 枚	0	1	1	0
7 枚	0	1	1	1
8 枚	1	0	0	0
9 枚	1	0	0	1
10 枚	1	0	1	0
11 枚	1	0	1	1
12 枚	1	1	0	0
13 枚	1	1	0	1
14 枚	1	1	1	0
15 枚	1	1	1	1

3



(1) 2、 2

(2) 1、 2、 4、 8

(3) ① 1、 1

② 1、 2、 2、
2

③ 2、 2、 4
4

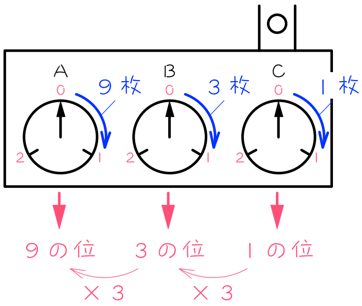
④ 4、 2、 8
8

(4) 8、 4、 2、 1、 15
15

4

	A	B	C
0 枚	0	0	0
1 枚	0	0	1
2 枚	0	0	2
3 枚	0	1	0
4 枚	0	1	1
5 枚	0	1	2
6 枚	0	2	0
7 枚	0	2	1
8 枚	0	2	2
9 枚	1	0	0
10 枚	1	0	1
11 枚	1	0	2
12 枚	1	1	0
13 枚	1	1	1

5



(1)　3、3

(2)　1、3、9

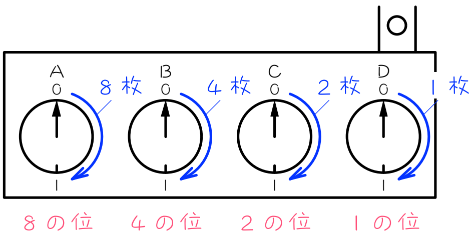
(3)　① 1、1

② 1、3、3、3

③ 3、3、9、9

(4)　9、3、1、12、12

6



(1)　2、2

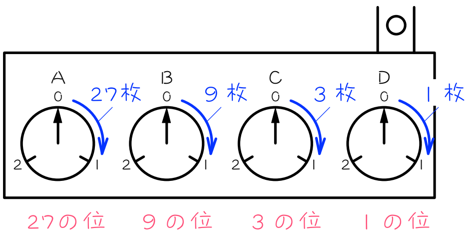
(2)　1、2、4、8

(3)　13

(4)　1、0、1、1

(5)　15

7



(1)　3、3

(2)　1、3、9、27

(3)　46

(4)　2、2、1、2

(5)　80

8 (1)　1、2、3、0

(2)　210

9 (1)　2、1、5、2

(2)　1295

10 (1)　① 1、1

② 1、2、2、2

③ 2、3、6、6

(2)　2、2、1

(3)　21

11 (1)　2、3、2、0

(2)　115

12 (1)　1、0、2、0

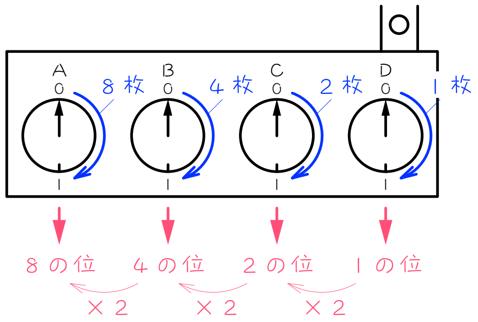
(2)　119

13 (1)　59 枚　(2)　60 枚

(3)　103 枚　(4)　（2、2、1）

■ 解説 ■

6



(1) 使える数字が<u>2</u>種類→<u>2</u>進法

(2) 上の図参照

(3) 8×1＋4×1＋2×0＋1×1
＝<u>13(枚)</u>

(4) 大きい位から考えると分かりやすい
11÷8＝1余り3(枚)→Aは<u>1</u>
3÷4＝0余り3(枚)→Bは<u>0</u>
3÷2＝1余り1(枚)→C<u>1</u>、D<u>1</u>

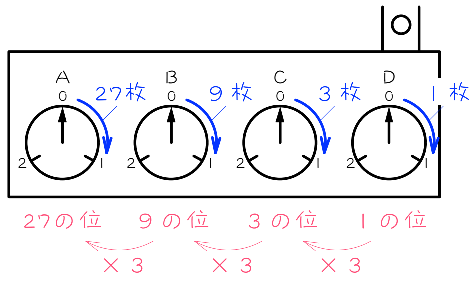
【別解】 小さい位から考えると、
Dは11÷2＝5(周)余り1→D<u>1</u>
Cは5÷2＝2(周)余り1→C<u>1</u>
Bは2÷2＝1(周)余り0→B<u>0</u>、A<u>1</u>

2)11
2)5…1
2)2…1
　1…0

(5) 最高は「1111」だから、
8×1＋4×1＋2×1＋1×1
＝<u>15(枚)</u>

【別解】 Aの次の位があるとしたら、
Aの次の位は、
8×2＝16
よって、その1つ手前の、
16－1＝<u>15(枚)</u>

7



(1) 使える数字が<u>3</u>種類→<u>3</u>進法

(2) 上の図参照

(3) 27×1＋9×2＋3×0＋1×1
＝<u>46(枚)</u>

(4) 大きい位から考えると分かりやすい
77÷27＝2余り23(枚)→Aは<u>2</u>
23÷9＝2余り5(枚)→Bは<u>2</u>
5÷3＝1余り2(枚)→C<u>1</u>、D<u>2</u>

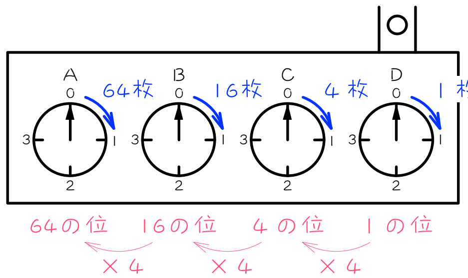
【別解】 小さい位から考えると、
Dは77÷3＝25(周)余り2→D 2
Cは25÷3＝8(周)余り1→C<u>1</u>
Bは8÷3＝2(周)余り2→B<u>2</u>、A<u>2</u>

3)77
3)25…2
3)8…1
　2…2

(5) 最高は「2222」だから、
27×2＋9×2＋3×2＋1×2
＝<u>80(枚)</u>

【別解】 Aの次の位があるとしたら、
Aの次の位は、
27×3＝81
よって、その1つ手前の、
81－1＝<u>80(枚)</u>

8



(1) 大きい位から考えると分かりやすい

108÷64＝1余り44(枚)→Aは1

44÷16＝2余り12(枚)→Bは2

12÷4＝3余り0(枚)→C 3、D 0

【別解】 小さい位から考えると、

Dは108÷4＝27(周)余り0→D 0

Cは27÷4＝6(周)余り3→C 3

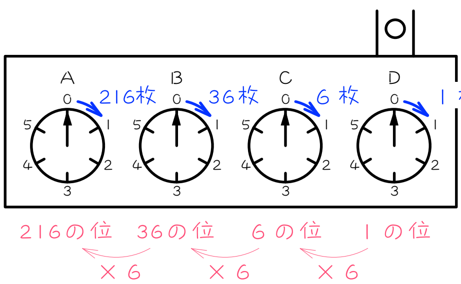
Bは6÷4＝1(周)余り2→B 2、A 1

4)108
4) 27…0
4) 6…3
1…2

(2) 64×3＋16×1＋4×0＋1×2

＝210(枚)

9



(1) 大きい位から考えると分かりやすい

500÷216＝2余り68(枚)→Aは2

68÷36＝1余り32(枚)→Bは1

32÷6＝5余り2(枚)→C 5、D 2

【別解】 小さい位から考えると、

Dは500÷6＝83(周)余り2→D 2

Cは83÷6＝13(周)余り5→C 5

Bは13÷6＝2(周)余り1→B 1、A 2

6)500
6) 83…2
6) 13…5
2…1

(2) 216×5＋36×5＋6×5＋1×5

＝1295(枚)

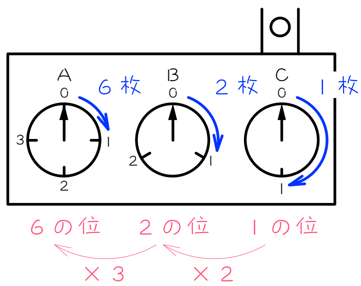
【別解】「5555」はこの機械の最高の数。Aの次の位があるとした、Aの次の位は、

216×6＝1296

よって、その1つ手前の、

1296－1＝1295(枚)

10



(2) 大きい位から考えると分かりやすい

17÷6＝2余り5(枚)→Aは2

5÷2＝2余り1(枚)→B 2、C 1

【別解】 小さい位から考えると、

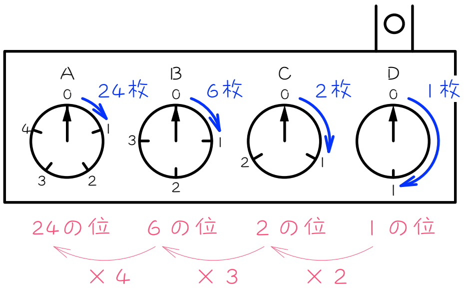
Cは17÷2＝8(周)余り1→C 1

Bは8÷3＝2(周)余り2→B 2、A 2

2)17
3) 8…1
2…2

(3) 6×3＋2×1＋1×1＝21(枚)

11



(1) 大きい位から考えると分かりやすい

70÷24＝2余り22(枚)→Aは2

22÷6＝3余り4(枚)→Bは3

4÷2＝2余り0(枚)→C 2、D 0

【別解】 小さい位から考えると、

Dは70÷2＝35(周)余り0→D 0

Cは35÷3＝11(周)余り2→C 2

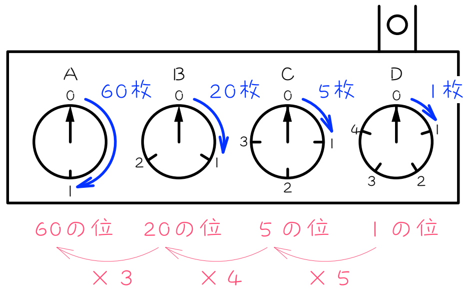
Bは11÷4＝2(周)余り3→B 3、A 2

2)70
3)35…0
4)11…2
　2…3

(2) 24×4＋6×3＋2×0＋1×1

＝115(枚)

12



(1) 大きい位から考えると分かりやすい

70÷60＝1余り10(枚)→Aは1

10÷20＝0余り10(枚)→Bは0

10÷5＝2余り0(枚)→C 2、D 0

【別解】 小さい位から考えると、

Dは70÷5＝14(周)余り0→D 0

Cは14÷4＝3(周)余り2→C 2

Bは3÷3＝1(周)余り0→B 0、A 1

5)70
4)14…0
3)3…2
　1…0

(2) 60×1＋20×2＋5×3＋1×4

＝119(枚)

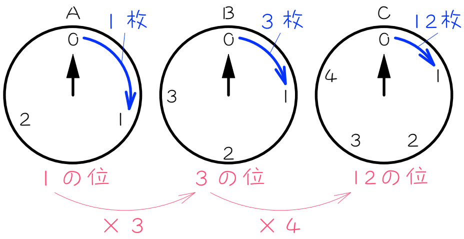
【別解】「1 2 3 4」はこの機械の最高の数。Aの次の位があるとした、Aの次の位は、

60×2＝120

よって、その1つ手前の、

120－1＝119(枚)

13



(1)　1×2＋3×3＋12×4＝59(枚)

(2)　(2 3 4) はこの機械の最高の数。
あと1枚入れると (0 0 0) になる。
よって、59＋1＝60(枚)

【別解】 Cの次の位があるとすると、Cの次の位は、12×5＝60→60枚

(3)　はじめて (1 2 3) になるのは、
1×1＋3×2＋12×3＝43(枚)
よって2回目に (1 2 3) になるのは、
60＋43＝103(枚)

(4)・この機械は60枚で (0 0 0) にもどるから、
2000÷60＝33余り20(枚)
より、33回 (0 0 0) にもどって、あと、20枚。よって、残り20枚について考える。
・大きい位から考えると分かりやすい
20÷12＝1余り8(枚)→Cは1
8÷3＝2余り2(枚)→B2、A2
・よって、(2、2、1)

【別解】 小さい位から考えると、
Aは2000÷3＝666(周)余り2→A2
Bは666÷4＝166(周)余り2→B2
Cは166÷5＝33(周)余り1→Cは1
よって、(2、2、1)

3)2000
4) 666…2
5) 166…2
　　33…1